

## 单元 3

# 钢筋混凝土受弯构件正截面承载力

### 学习目标

- (1)掌握钢筋混凝土板、梁的构造要求。
- (2)了解适筋梁的受力过程、截面应力分布及受弯构件正截面破坏特征。
- (3)掌握单筋矩形截面、T形截面正截面承载力计算方法。
- (4)了解双筋矩形截面的承载力计算方法。

钢筋混凝土受弯构件是组成桥涵结构的基本构件,在桥梁工程中应用极为广泛。板、梁为典型的受弯构件。

板和梁的区别主要在于截面高宽比  $h/b$  不同,其受力情况基本相同,即在外力作用下,板、梁均将承受弯矩  $M$  和剪力  $V$  的作用,因而,截面计算方法也基本相同。

本单元主要讨论梁和板的正截面承载力计算问题。正截面承载力的计算是根据最不利效应组合来确定钢筋混凝土梁的截面尺寸和受力钢筋的面积并进行钢筋的布置。

## 3.1 钢筋混凝土受弯构件的构造要求

梁的截面形式,常见的有矩形、T形、I形;板的截面形式,常见的有实心矩形和空心矩形,如图 3-1 所示。

板和梁按照它们的支承条件可分为简支的、悬臂的和连续的几种类型,其受力简图、构造是不相同的。

对于钢筋混凝土受弯构件的设计,承载力计算与构造措施都很重要。工程实践证明,只有在精确计算的前提下,采取合理的构造措施,才能使设计出的结构安全适用、经济合理。

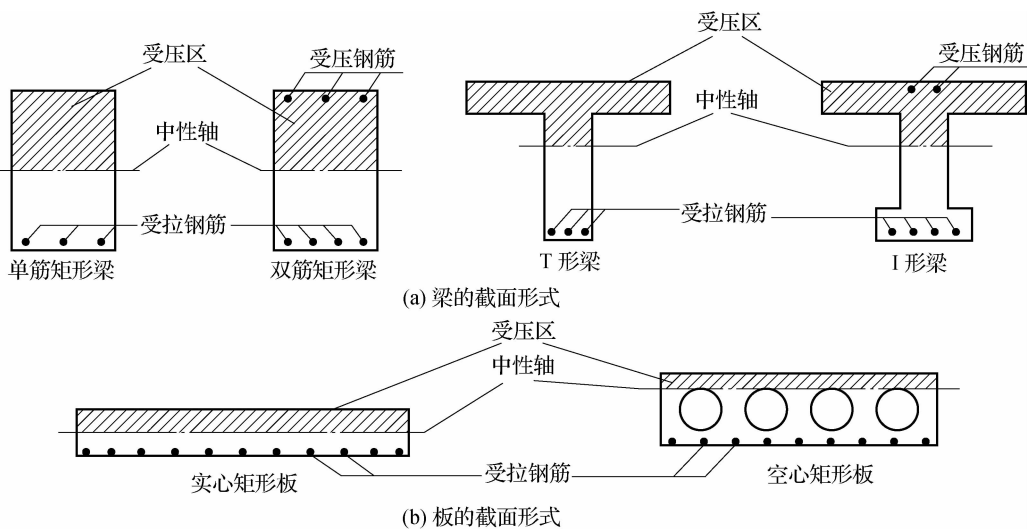


图 3-1 梁、板的常用截面形式

### 3.1.1 钢筋混凝土板的构造

钢筋混凝土板在桥涵工程中应用很广,有板桥的承重板、梁桥的行车道板、人行道板等。当跨径较小( $\leq 8$  m)时,板的截面形式多采用实心矩形;当跨径较大( $> 8 \sim 13$  m)时,为减轻自重和节省混凝土体积,板的截面形式多采用空心矩形。

#### 1. 板厚

板的厚度主要是由其控制截面上的最大弯矩和构造要求决定的。但是为了保证施工质量,《公路桥规》规定了各种板的最小厚度:行车道板跨间厚度为 120 mm,悬臂端的最小厚度为 100 mm,就地浇筑的人行道板的最小厚度为 80 mm,预制混凝土板的最小厚度为 60 mm,空心板梁的底板和顶板的最小厚度为 80 mm。

#### 2. 钢筋

板的钢筋由主钢筋和分布钢筋组成,其构造如图 3-2 所示。

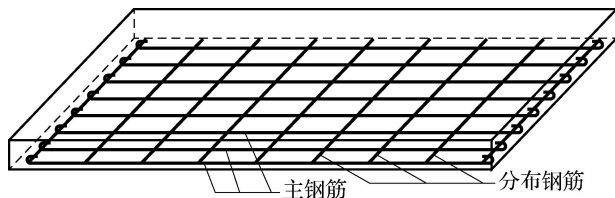


图 3-2 钢筋混凝土板的钢筋构造

主钢筋布置在板的受拉区,沿构件的轴线布置,数量由强度计算确定。为了使板的受力尽可能均匀,主钢筋常采用小直径、小间距的布置方式(多根密排)。但直径过小又会增加施工难度,也会影响混凝土的浇筑质量。因此,行车道板内的主钢筋直径不应小于 10 mm;人行道板内的主钢筋直径不应小于 8 mm。

在简支板跨中和连续板支点处,板内主钢筋间距不应大于 200 mm。通过支点的弯起的主钢筋,每米板宽内不应少于 3 根,并不应少于主钢筋截面面积的 1/4。

行车道板内应设置垂直于主钢筋的分布钢筋。分布钢筋设置在主钢筋的内侧,在交叉处用铁丝绑扎或点焊以固定相互的位置。行车道板内的分布钢筋的直径不应小于 8 mm,其间距不应大于 200 mm,截面面积不宜小于板截面面积的 0.1%,也可以根据具体情况和经验确定。在主钢筋的弯折处,应布置分布钢筋。人行道板内的分布钢筋的直径不应小于 6 mm,其间距不应大于 200 mm。

分布钢筋的作用在于能很好地将集中荷载分布到板的受力钢筋上,抵抗因收缩及温度变化在垂直于板跨方向上所产生的应力,浇筑混凝土时能保持受力钢筋的规定间距。

### 3. 混凝土保护层

为了不使钢筋锈蚀而影响构件的耐久性,并保证钢筋与混凝土紧密黏结在一起,必须设置混凝土保护层。行车道板、人行道板的主钢筋最小保护层厚度:Ⅰ类环境条件为 30 mm,Ⅱ类环境条件为 40 mm,Ⅲ、Ⅳ类环境条件为 45 mm;分布钢筋的最小保护层厚度:Ⅰ类环境条件为 15 mm,Ⅱ类环境条件为 20 mm,Ⅲ、Ⅳ类环境条件为 25 mm。

## 3.1.2 钢筋混凝土梁的构造

### 1. 截面形式及尺寸

对于中、小跨径梁常采用矩形及 T 形截面,对于大跨径梁可采用 I 形或箱形截面。

矩形梁的截面宽度一般取 150 mm、180 mm、200 mm、220 mm、250 mm,以后按 50 mm 为一级增加;当梁高超过 800 mm 时,以 100 mm 为一级。矩形梁的高宽比一般为 2.5~3。T 形截面梁的高度与梁的跨度、间距及荷载大小有关。公路桥梁中大量采用的 T 形简支梁桥,其梁高与跨径之比为 1/20~1/10。T 形梁的上翼缘尺寸应根据行车道板的受力和构造要求确定。T 形梁的腹板(梁肋)宽度与配筋形式有关:当采用焊接骨架配筋时,腹板宽度不应小于 140 mm,一般取 160~220 mm;当采用单根钢筋配筋时,腹板宽度较大,具体尺寸应根据布置钢筋的要求确定。

### 2. 钢筋构造

在一般结构中,钢筋混凝土梁的钢筋构造如图 3-3 所示。梁内钢筋骨架多由主钢筋、弯起钢筋(斜筋)、箍筋、架立钢筋和纵向防裂钢筋等组成。

梁内的钢筋常常采用骨架形式,一般分为绑扎钢筋骨架和焊接钢筋骨架两种形式。

绑扎钢筋骨架是用细铁丝将各种钢筋绑扎而成,如图 3-3(a)所示。焊接钢筋骨架是先将纵向受拉钢筋、弯起钢筋和架立钢筋焊接成平面骨架,然后用箍筋将数片焊接的平面骨架组成立体骨架形式,如图 3-3(b)所示。

(1)主钢筋。梁内主钢筋常设置在梁的受拉区,数量由计算确定。常用的主钢筋直径一般为 12~32 mm,但不超过 40 mm,以满足抗裂要求。在同一根(批)梁中最好采用相同钢种、相同直径的主钢筋,但有时为了选配钢筋及节约钢材,也可采用两种不同直径的主钢筋,但直径相差不应小于 2 mm,以便施工识别。

梁内主钢筋可以单根或 2~3 根地成束布置成束筋,也可竖向不留空隙地焊成多层钢筋骨架,其叠高一般不超过 $(0.15\sim 0.20)h$ ( $h$ 为梁高)。梁内主钢筋应尽量布置成最少的层

数。在满足保护层厚度的前提下,简支梁的主钢筋应尽量布置在底层,以获得较大的内力偶臂而节约钢材。

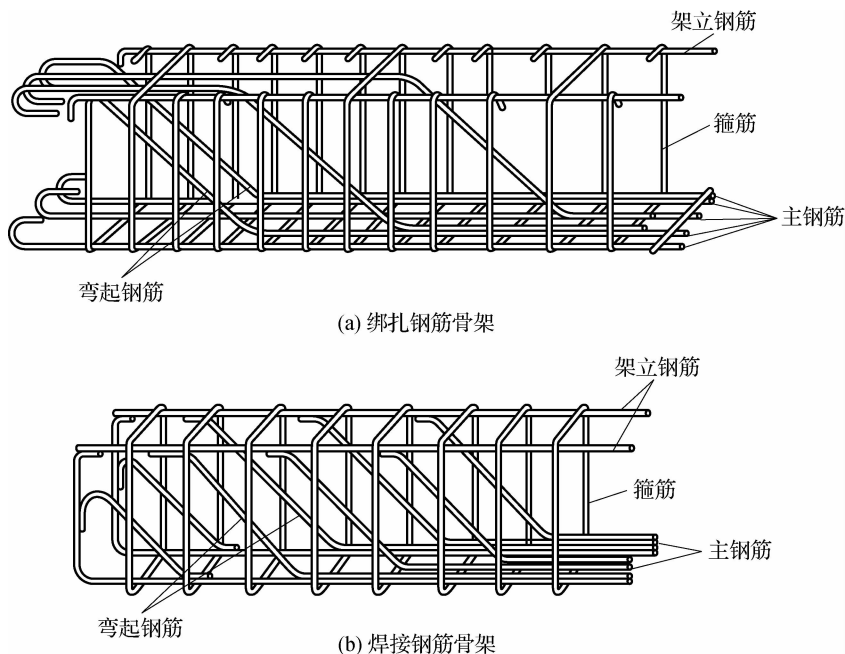


图 3-3 钢筋混凝土梁的钢筋构造

对于焊接钢筋骨架,钢筋的层数不宜多于 6 层,并将粗钢筋布置在底层。主钢筋的排列原则应为:由下至上,下粗上细(对不同直径钢筋而言),对称布置,并应上下左右对齐,便于混凝土的浇筑。主钢筋与弯起钢筋之间宜采用双面焊缝,焊缝的长度为  $5d$ ,钢筋之间的短焊缝的长度为  $2.5d$ ,此处的  $d$  为主钢筋直径。

为了使钢筋免于锈蚀,主钢筋至构件边缘的净距,应符合《公路桥规》规定的钢筋最小混凝土保护层厚度要求。主钢筋的最小混凝土保护层厚度:Ⅰ类环境条件为 30 mm,Ⅱ类环境条件为 40 mm,Ⅲ、Ⅳ类环境条件为 45 mm。

各主钢筋之间的净距或层与层间的净距,当钢筋为三层及三层以下时,应不小于 30 mm,并不小于钢筋直径  $d$ ;当钢筋为三层以上时,不小于 40 mm 或钢筋直径  $d$  的 1.25 倍。

各箍筋间的净距,不应小于等代直径  $d_c$  ( $d_c = d \sqrt{n}$ ,  $n$  为箍筋根数,  $d$  为单根钢筋直径)。

梁内的钢筋位置与保护层厚度如图 3-4 所示。当梁内主钢筋与梁底面间保护层厚度大于 50 mm 时,应设防裂钢筋网。靠梁边缘的主钢筋与梁侧面的净距不应小于 30 mm。

规定钢筋的最小间距是为了便于浇灌混凝土和保证混凝土的质量,同时在钢筋周围留有足够厚度的混凝土包裹钢筋,可保证钢筋与混凝土之间有可靠的黏结力。

(2) 弯起钢筋。弯起钢筋是为满足斜截面抗剪强度而设置的,一般由受拉主钢筋弯起而成,有时也需加设专门的斜筋(一般与梁纵轴成  $45^\circ$  角)。弯起钢筋的直径、数量及位置均由抗剪计算确定。

钢筋混凝土梁采用多层焊接钢筋时,可用侧面焊缝使之形成骨架。侧面焊缝设在弯起钢筋的弯折点处,并在中间直线部分适当设置短焊缝。

焊接钢筋骨架的弯起钢筋,除用纵向钢筋弯起外,亦可用专设的弯起钢筋焊接。

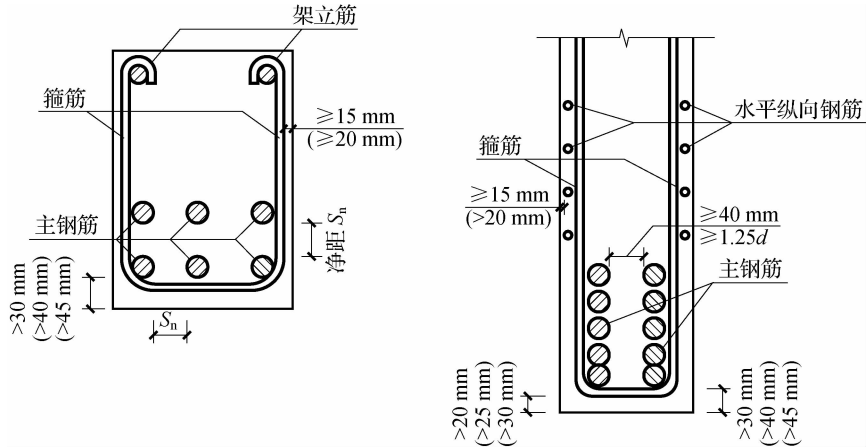


图 3-4 梁内的钢筋位置与保护层厚度

斜筋与纵向钢筋之间的焊接宜用双面焊缝,其长度应为 5 倍钢筋直径,纵向钢筋之间的短焊缝应为 2.5 倍钢筋直径,如图 3-5 所示;当必须采用单面焊缝时,其长度应加倍。

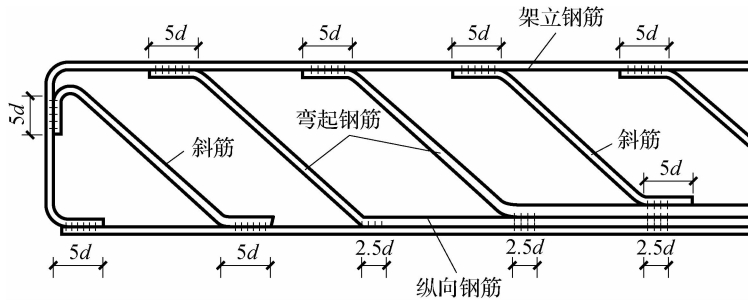


图 3-5 弯起钢筋焊接

焊接骨架的钢筋层数不应多于 6 层,单根钢筋的直径不应大于 32 mm。

(3) 箍筋。箍筋除了满足斜截面的抗剪强度外,还可以起到联结受拉钢筋和受压区混凝土,使其共同工作的作用。此外,可用箍筋来固定主钢筋的位置而使梁内各种钢筋构成钢筋骨架。工程上使用的箍筋有开口和闭口两种形式,如图 3-6 所示。

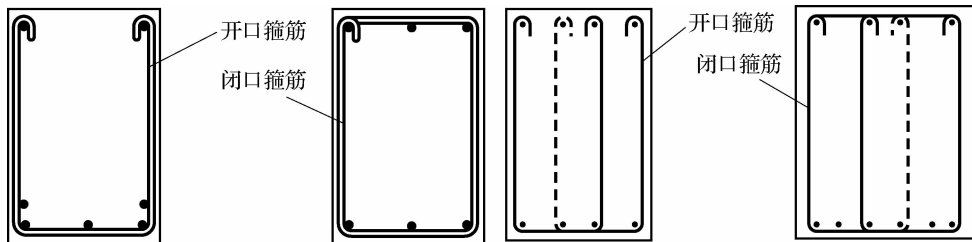


图 3-6 箍筋的形式

无论计算上是否需要,梁内均应设置箍筋,其直径不小于 8 mm 且不小于 1/4 主筋直径。

箍筋间距应不大于梁高的 1/2 和 400 mm。当所箍的钢筋为受压钢筋时,还应不大于受压钢筋直径的 15 倍和 400 mm。在钢筋绑扎搭接接头范围内的箍筋间距,当绑扎搭接钢筋受拉时,不应大于主钢筋直径的 5 倍,且不大于 100 mm;当搭接钢筋受压时,不应大于主钢筋直径的 10 倍,且不大于 200 mm。在支座中心向跨径方向长度不小于 1 倍梁高范围内,箍筋间距不宜大于 100 mm。

箍筋的末端应做成弯钩,弯钩角度可取  $135^\circ$ ,弯钩的平直段长度不应小于箍筋直径的 5 倍。

近梁端的第一根箍筋应设置在距端面一个保护层的距离处。梁与梁或梁与柱的交叉范围内可不设箍筋;靠近交接面的第一根箍筋,其与交接面的距离不宜大于 50 mm。

混凝土表面至箍筋的最小净距,Ⅰ类环境条件为 20 mm,Ⅱ类环境条件为 25 mm,Ⅲ、Ⅳ类环境条件为 30 mm。

(4)架立钢筋。钢筋混凝土梁内需要设置架立钢筋,以便在施工时形成钢筋骨架,保持箍筋的间距,防止钢筋因浇筑振捣混凝土及其他意外因素而产生偏斜。钢筋混凝土 T 形梁的架立钢筋的直径多为 16~22 mm,矩形截面梁一般为 10~14 mm。

(5)纵向防裂钢筋。当梁高大于 1 m 时,沿梁肋高度的两侧并在箍筋外侧水平方向上设置防裂钢筋,以抵抗温度应力和混凝土收缩应力。纵向防裂钢筋的直径一般为 8~10 mm,其总面积为  $(0.001\sim 0.002)bh$ 。其中, $b$  为梁腹宽, $h$  为梁全高。

水平纵向钢筋间距,在受拉区应不大于腹板厚度,且不大于 200 mm;在受压区应不大于 300 mm;在支点附近剪力较大区段,水平纵向钢筋的截面面积应予增加,其间距宜为 100~150 mm。

## 3.2 受弯构件正截面受力全过程和破坏特征

### 3.2.1 钢筋混凝土梁的试验研究

如图 3-7 所示,承受两对称集中荷载作用的钢筋混凝土简支梁的 CD 段处于纯弯曲状态,两端配有足够的腹筋以保证不发生剪切破坏。为了研究梁内应力和应变的变化,沿梁高布置有测点,用以量测混凝土及钢筋的纵向应变。同时,在跨中和支座处布置百分表或倾角仪来测量梁的跨中挠度。

现以  $M$  和  $M_u$  分别表示分级加载引起的弯矩和极限弯矩,并以  $M/M_u$  为纵坐标,跨中挠度  $f$  为横坐标,梁的试验结果如图 3-8 所示。试验时逐级加荷,当弯矩较小时,挠度和弯矩关系接近直线变化,当弯矩超过开裂弯矩  $M_{cr}$  时,受拉区混凝土开裂,随着裂缝的出现与不断开展,挠度的增长速度较开裂前为快, $M/M_u \sim f$  关系曲线出现了第二个明显转折点  $a$ 。弯矩再增加,当达到  $M_s$  时,钢筋应力增加到屈服强度,在  $M/M_u \sim f$  关系曲线上出现第二个明显转折点  $b$ ,此后,梁内受拉钢筋进入流幅,同时,裂缝急剧开展,挠度急剧增加。最后,当

弯矩增加到极限弯矩  $M_u$  时,梁即告破坏。根据  $M/M_u \sim f$  关系曲线上的两个转折点  $a$  与  $b$ , 将从开始加荷到破坏划分为三个工作阶段,即第 I 阶段、第 II 阶段和第 III 阶段。

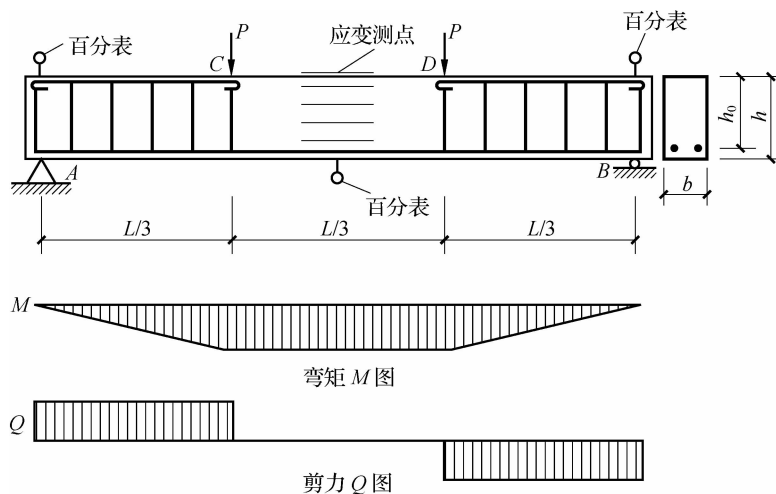


图 3-7 试验梁的受力及构造

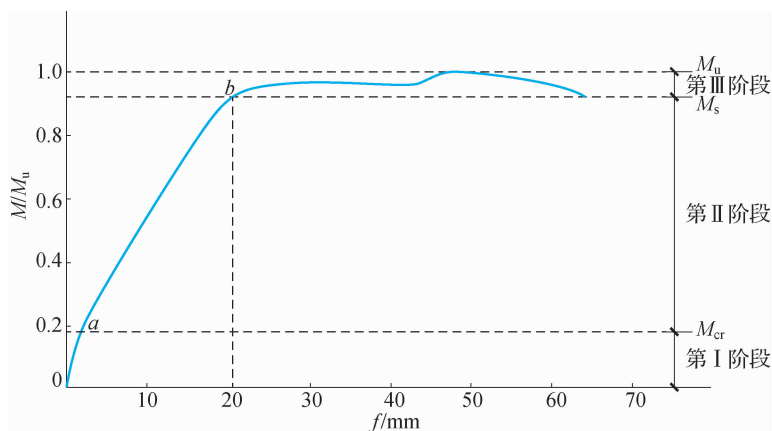


图 3-8 试验梁的  $M/M_u \sim f$  关系曲线

适筋梁在三个工作阶段的截面应力、应变分布如图 3-9 所示。

第 I 阶段:在加荷初期,当作用(荷载)很小,弯矩较小,混凝土下缘应力小于其抗拉强度极限值,上缘应力远小于其抗压强度极限值时,应力图在中性轴以上及以下部分均按直线变化。由于混凝土受拉与受压时的弹性模量稍有不同,因此两条应力直线的倾角稍有不同,中性轴以下部分倾角略小。

在这一阶段,截面中性轴以下的受拉区混凝土尚未开裂,构件整个截面都参加工作,故又称为整体工作阶段。

第 I 阶段末:混凝土的受压区压应力基本上仍是三角形分布。但由于受拉区混凝土塑性变形的发展,拉应变增长较快,根据混凝土受拉时的应力-应变曲线,受拉区混凝土的应力图形为曲线形。这时,受拉边缘混凝土的拉应变临近抗拉极限应变,拉应力达到混凝土抗拉强度极限值,表示裂缝即将出现,这时梁截面上的作用弯矩用  $M_f$  表示。

第 II 阶段:荷载作用弯矩到达  $M_f$  后,在梁混凝土抗拉强度最弱截面上出现了第一批裂缝。这时,在有裂缝的截面上,受拉区混凝土退出工作,把它原承担的拉力转给了钢筋,发生了明显的应力重分布。钢筋的拉应力随荷载的增加而增加;混凝土的压应力不再是三角形分布,而形成微曲的曲线形,中和轴位置向上升高。

第 II 阶段末:当荷载增加到某一个数值时,受拉区纵向受力钢筋开始屈服,钢筋应力达到其屈服强度。

第 III 阶段:受拉区纵向受力钢筋屈服后,钢筋的应力停留在屈服点而不再增大,截面的承载能力无明显增加,应变却迅速增加,促使受拉区混凝土的裂缝急剧开展并向上延伸,造成中性轴上移,构件挠度增大,受压区面积减小,混凝土压应力因而迅速增大。

第 III 阶段末:当混凝土压应力达到其抗压强度极限值时,受压区即出现一些纵向裂缝,混凝土即被压碎,造成全梁破坏。此时所对应的作用(荷载),即为梁的破坏作用(荷载)。最后,受压区混凝土的塑性特征表现得十分充分,受压区应力图将更丰满,曲线多呈高次抛物线形。承载能力极限状态法即以此阶段为计算基础。

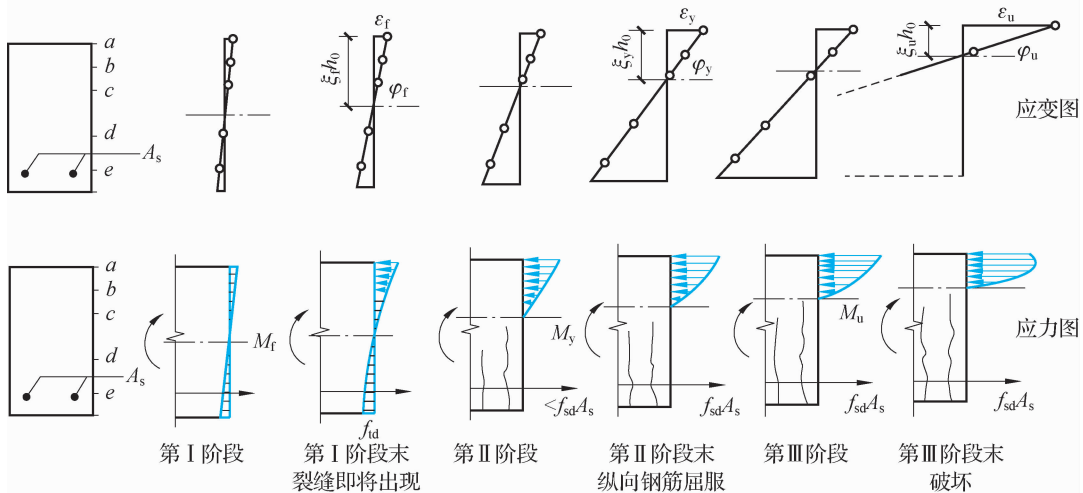


图 3-9 适筋梁在三个工作阶段的截面应力、应变分布

总结上述钢筋混凝土梁从加荷到破坏的整个过程,可以看出以下几点。

(1)受压区混凝土应力图在第 I 阶段为三角形分布,第 II 阶段为微曲的曲线形,第 III 阶段呈高次抛物线形。

(2)钢筋应力在第 I 阶段的生长速度较慢;在第 II 阶段的应力增长速度较第 I 阶段为快;在第 III 阶段,当钢筋应力达到屈服强度后,应力不再增加,直至破坏。

(3)第 I 阶段混凝土未开裂,梁的挠度增长速度较慢;第 II 阶段由于梁带裂缝工作,挠度增长速度较前阶段为快;第 III 阶段由于钢筋屈服,裂缝急剧开展,挠度急剧增加。

### 3.2.2 受弯构件正截面的破坏特征

仅在受拉区配置有纵向受力钢筋的矩形截面梁,称为单筋矩形截面梁,如图 3-10 所示。梁内纵向受力钢筋数量用配筋率  $\rho$  表示。配筋率  $\rho$  是指纵向受力钢筋截面面积与正截面有效面积的比值,即



$$\rho = \frac{A_s}{bh_0} \quad (3-1)$$

式中,  $A_s$  为纵向受力钢筋截面面积;  $b$  为梁的截面宽度;  $h_0$  为梁的截面有效高度,  $h_0 = h - a_s$ ,  $h$  为梁的截面高度,  $a_s$  为纵向受力钢筋合力作用点至截面受拉边缘的距离, 计算公式为

$$a_s = \frac{\sum f_{sdi} A_{si} a_{si}}{\sum f_{sdi} A_{si}} \quad (3-2)$$

式中,  $f_{sdi}$  为第  $i$  种纵向受力钢筋抗拉强度的设计值;  $A_{si}$  为第  $i$  种纵向受力钢筋截面面积;  $a_{si}$  为第  $i$  种纵向受力钢筋合力作用点至截面受拉边缘的距离。

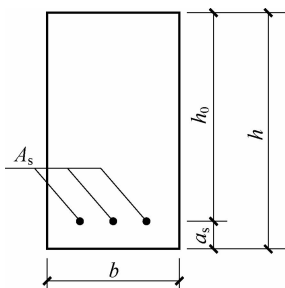


图 3-10 单筋矩形截面

梁正截面的破坏形式与配筋率的大小及钢筋和混凝土的强度有关。对于常用牌号的钢筋和常用强度等级的混凝土构成的钢筋混凝土受弯构件, 其正截面的破坏形式主要依配筋率的大小而异。按照钢筋混凝土梁的配筋情况, 其正截面的破坏形式可归纳为以下三类。

### 1. 适筋梁——塑性破坏

配筋率适当的钢筋混凝土梁称为适筋梁。适筋梁的破坏特征是破坏始于受拉钢筋的屈服。在受拉钢筋应力达到屈服强度之初, 受压区混凝土外边缘的应力尚未达到抗压强度极限值, 此时混凝土并未被压碎。作用(荷载)稍增, 钢筋屈服使得构件产生较大的塑性伸长, 随之引起受拉区混凝土裂缝急剧开展, 受压区逐渐缩小, 直至受压区混凝土应力达到抗压强度极限值后, 构件即被破坏。这种梁在破坏前, 由于裂缝开展较宽, 挠度较大, 给人以明显的破坏预兆, 故习惯上称为塑性破坏。其破坏形式如图 3-11(a) 所示。

### 2. 超筋梁——脆性破坏

配筋率过高的钢筋混凝土梁称为超筋梁。其破坏特征是破坏始于受压区混凝土被压碎。当钢筋混凝土梁内的钢筋配置多到一定程度时, 钢筋的抗拉能力会很强, 而作用(荷载)的增加, 使受压区混凝土应力首先达到抗压强度极限值, 混凝土被压碎, 导致梁被破坏。此时钢筋仍处于弹性工作阶段, 钢筋应力低于屈服强度。由于超筋梁在破坏前裂缝开展不宽, 延伸不多, 梁的挠度不大, 梁是在没有明显预兆的情况下由于受压区混凝土突然压碎而被破坏的, 故习惯上称为脆性破坏。其破坏形式如图 3-11(b) 所示。

### 3. 少筋梁——脆性破坏

配筋率过低的钢筋混凝土梁称为少筋梁。少筋梁在开始加荷时, 作用在截面上的拉力主要由受拉区混凝土来承受。当截面出现第一条裂缝后, 拉力几乎全部转由钢筋来承受, 造成裂缝处的钢筋应力突然增大, 由于钢筋配得过少, 造成钢筋即刻达到或超过屈服强度, 并

进入钢筋的强化阶段。此时,裂缝往往集中出现一条,且开展宽度较大,沿梁高向上延伸很多,在这种情况下,即使受压区混凝土暂未压碎,但由于裂缝宽度过大,也标志着梁的“破坏”。考虑到这种“破坏”来得突然,故少筋梁的破坏形式也属于脆性破坏。其破坏形式如图 3-11(c)所示。

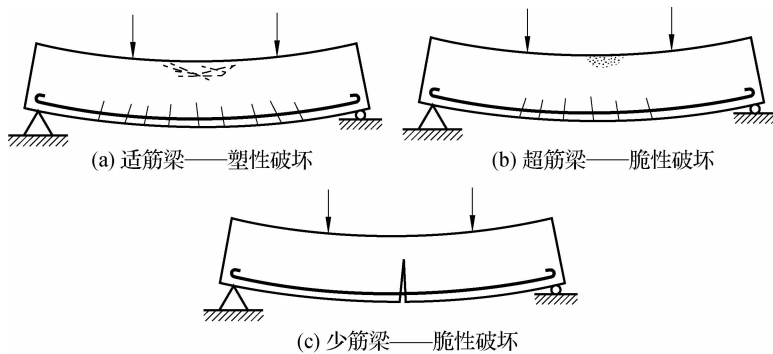


图 3-11 梁的三种破坏形式

由此可知,适筋梁能充分发挥材料的强度,符合安全、经济的要求,所以在工程中被广泛使用。超筋梁破坏预兆不明显,用钢量又多,故在工程中不得采用。少筋梁虽配置了钢筋,但因数量过少,作用不大,其承载能力实际上与纯混凝土梁差不多,破坏形式又属于脆性破坏,因此,工程中也不宜采用。总之,正常的设计应使梁的配筋率选用恰当,将梁设计成适筋梁。

### 3.3 受弯构件正截面承载力计算基本原则

#### 3.3.1 正截面承载力计算的基本假定

由试验得知,梁从加荷到破坏经历了三个阶段,为保证梁具有足够的安全性,必须按承载力极限状态法对梁正截面进行承载力计算,并以第Ⅲ阶段的应力状态作为计算基础,如图 3-12 所示。这项计算具有以下几个特点。

(1)由图 3-12 可见,梁在第Ⅰ阶段受压与受拉应变图成直线分布,说明混凝土与钢筋应变的变化规律符合平截面假定。随着弯矩的增加,当梁进入第Ⅱ阶段时,受压区混凝土压应变与受拉区钢筋拉应变的实测值均不断增长,但应变图基本上仍是上、下两个三角形,平均应变仍符合平截面假定,并且这种状况一直延续至第Ⅲ阶段,即梁破坏前。第Ⅲ阶段,当梁破坏时,受压区混凝土边缘纤维压应变达到(或接近)极限压应变  $\epsilon_{cu}$ ,这标志着梁已开始破坏。

(2)用上述梁破坏时受压区混凝土应变图的分布,比照混凝土一次短期加荷时应力-应变曲线中的“下降段”,可看出对应于极限压应变  $\epsilon_{cu}$  的应力不是受压区混凝土的最大应力  $\sigma_{max}$ ,  $\sigma_{max}$  位于受压边缘纤维以下一定高度处,其应力图形呈高次抛物线形,如图 3-13 所示。

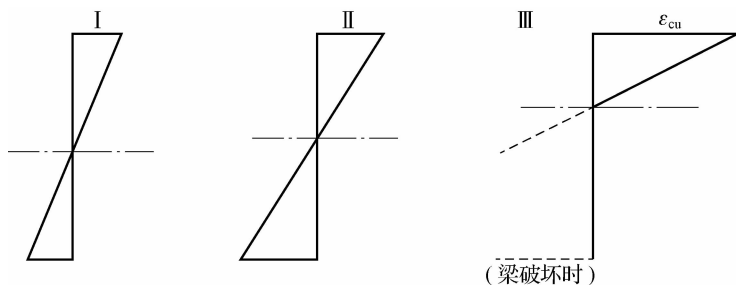


图 3-12 钢筋混凝土梁在三个工作阶段的应变图

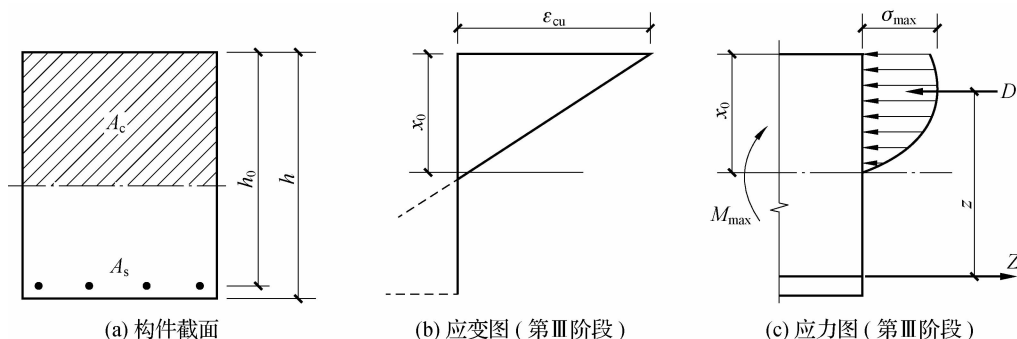


图 3-13 钢筋混凝土梁在破坏阶段的应力、应变图

在结构设计中,为了较简便地求出受压区应力图形的合力大小及其作用点,用等效矩形应力图代替图 3-13(c)所示的抛物线应力图。其基本原则是:等效矩形应力图的合力应与抛物线应力图的合力大小相等,作用点位置相同,它们应是等效的。等效矩形应力图的受压区高度  $x$  与抛物线应力图的受压区高度  $x_0$  的关系为  $x = \beta x_0$ , 式中  $\beta$  为混凝土受压区高度换算系数。按《公路桥规》规定,不同强度等级的混凝土的  $\beta$  按表 3-1 取值。等效矩形应力图的应力为  $f_{cd}$  (混凝土抗压强度设计值)。

 表 3-1 不同强度等级的混凝土的  $\beta$ 

混凝土强度等级	C50 及以下	C55	C60	C65	C70	C75	C80
$\beta$	0.80	0.79	0.78	0.77	0.76	0.75	0.74

基于上述特点,钢筋混凝土构件在按承载能力极限状态法计算时,引入下列假定。

(1) 构件弯曲后,其截面仍保持平面,受压区混凝土平均应变和钢筋的应变沿截面高度符合线性分布。

(2) 正截面破坏时,构件受压区混凝土应力取混凝土抗压强度设计值  $f_{cd}$ , 应力计算图形为矩形。

(3) 正截面破坏时,受弯、大偏心受压、大偏心受拉构件的受拉主筋达到混凝土抗拉强度设计值  $f_{sd}$ , 受拉区混凝土不参与工作(抗剪计算除外)。

### 3.3.2 适筋梁的基本条件

#### 1. 适筋梁与超筋梁的界限

适筋梁和超筋梁的区别在于：前者的配筋率适中，破坏开始于受拉钢筋达到屈服强度；后者的配筋率过大，破坏开始于受压区混凝土被压碎。显然，当钢筋确定之后，梁内配筋存在一个特定配筋率  $\rho_{\max}$ ，它能使受拉钢筋应力达到屈服强度的同时，受压区混凝土边缘压应变也恰好达到极限压应变  $\epsilon_{cu}$ 。钢筋混凝土梁的这种破坏称为界限破坏。这种界限也就是适筋梁与超筋梁的界限。上述特定配筋率  $\rho_{\max}$  也就是适筋梁配筋率的最大值、超筋梁配筋率的最小值。若使梁为适筋梁，则必须满足

$$\rho \leq \rho_{\max} \quad (3-3)$$

这个条件通常可用受压区高度  $x$  来控制。

根据平截面假定，梁变形后的计算截面仍保持平面，梁处于界限破坏状态的计算截面为图 3-14 中的  $acc'$ ，相应的实际受压区高度  $oc$  取名为实际受压区界限高度，用符号  $x_b$  表示， $x_b$  与  $(h_0 - x_b)$  的比值为

$$\frac{x_b}{h_0 - x_b} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_s} \quad (3-4)$$

即

$$\frac{x_b}{h_0} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_s + \epsilon_{cu}} \quad (3-5)$$

或

$$x_b = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_s + \epsilon_{cu}} h_0 \quad (3-6)$$

在梁的正截面强度计算中用等效矩形应力图代替受压区抛物线应力图， $x$  为等效矩形应力图的高度， $h_0$  为截面有效高度，它们的比值称为相对受压区高度  $\xi = x/h_0$ 。

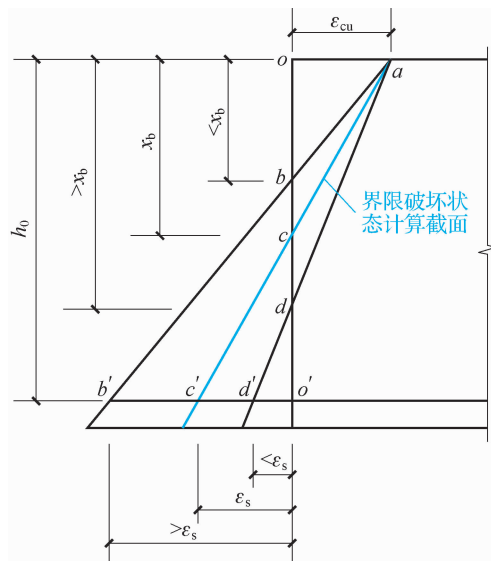


图 3-14 梁截面应变图

梁处于界限破坏状态时,等效矩形应力图的高度用  $x_u$  表示,它与截面有效高度  $h_0$  的比值称为相对界限受压区高度  $\xi_b = x_u/h_0$ 。

根据基本假设,可知  $x_u = \beta x_b$ 。由式(3-5)得

$$\xi_b = \frac{x_u}{h_0} = \frac{\beta x_b}{h_0} = \frac{\beta \epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_s} \quad (3-7)$$

式中,  $\epsilon_{cu}$  为混凝土极限压应变值,《公路桥规》规定:当混凝土强度等级为 C50 及以下时,取  $\epsilon_{cu} = 0.0033$ ,当混凝土强度等级为 C80 时,取  $\epsilon_{cu} = 0.003$ ,中间强度等级用直线插入求得;  $\epsilon_s$  为钢筋屈服应变值,  $\epsilon_s = f_{sd}/E_s$ ,  $f_{sd}$  为钢筋抗拉设计强度,  $E_s$  为钢筋弹性模量。

在《公路桥规》中,对不同强度等级混凝土和配有不同牌号的钢筋的梁,给出了不同的混凝土相对界限受压区高度  $\xi_b$  值(见表 3-2)。

表 3-2 混凝土相对界限受压区高度  $\xi_b$  值

钢筋种类	不同混凝土强度等级对应的 $\xi_b$			
	C50 及以下	C55、C60	C65、C70	C75、C80
R235	0.62	0.60	0.58	—
HRB335	0.56	0.54	0.52	—
HRB400, KL400	0.53	0.51	0.49	—
钢绞线、钢丝	0.40	0.38	0.36	0.35
精轧螺纹钢	0.40	0.38	0.36	—

注:截面受拉区内配置不同种类钢筋的受弯构件,其  $\xi_b$  值应选用相应于各种钢筋的较小者。

适筋梁与超筋梁截面破坏时的相同点是受压区外边缘的混凝土压应变均达到极限压应变值  $\epsilon_{cu}$ ,如图 3-14 中的  $oa$  段;它们之间的根本区别就是截面破坏时受拉钢筋是否屈服,即受拉钢筋的拉应变是否达到屈服应变值  $\epsilon_s$ 。适筋梁截面破坏时,受拉钢筋的拉应变达到甚至超过其屈服应变值  $\epsilon_s$ ,如图 3-14 中的梁变形后的截面  $abb'$  和  $acc'$ ,它们的受拉钢筋的拉应变  $o'b' > o'c' = \epsilon_s$ ,与之对应的实际受压区高度  $ob < oc = x_b$ ,若实际受压区高度用  $x_s$  表示,则对于适筋梁,  $x_s \leq x_b$ 。前述实际受压区高度  $x_s$  与等效矩形应力图高度  $x$  存在  $\beta x_s$  的关系,则  $x = \beta x_s \leq \beta x_b = x_u$ 。对于超筋梁而言,受拉钢筋的拉应变小于其屈服应变  $\epsilon_s$ ,如图 3-14 中的梁变形后的截面  $add'$ ,其受拉钢筋拉应变  $o'd' < o'c' = \epsilon_s$ ,截面  $add'$  的实际受压区高度  $x_s$  大于实际受压区界限高度  $x_b$ ,即  $x = \beta x_s > \beta x_b = x_u$ ,由此可得适筋梁与超筋梁的界限条件为

$$x \leq x_u = \xi_b h_0 \quad (3-8)$$

为简化称呼,以后将  $x$  称为受压区高度。

## 2. 适筋梁与少筋梁的界限

为了防止截面配筋过少而出现脆性破坏,并考虑温度收缩应力及构造等方面的要求,适筋梁的配筋率  $\rho$  亦应满足另一条件,即  $\rho \geq \rho_{\min}$ 。式中,  $\rho_{\min}$  为适筋梁的最小配筋率。《公路桥规》规定  $\rho_{\min} = 0.45 \frac{f_{td}}{f_{sd}} \times 100\%$ ,同时不应小于  $0.2\%$ 。即有

$$\rho = \frac{A_s}{bh_0} \geq \rho_{\min} = 0.45 \frac{f_{td}}{f_{sd}} \times 100\%$$

### 3. 两点说明

在工程实际中,梁的配筋率  $\rho$  总要比  $\rho_{\max}$  低一些,比  $\rho_{\min}$  高一些,才能做到经济合理。这主要是考虑到以下两点。

(1) 为了确保所有的梁在濒临破坏时具有明显的预兆及在破坏时具有适当的延性,要满足  $\rho < \rho_{\max}$ 。

(2) 当  $\rho$  取得小些时,梁截面就要大些;当  $\rho$  取得大些时,梁截面就要小些,这就要考虑钢材、水泥、砂石等材料价格及施工费用。

根据我国经验,钢筋混凝土板的经济配筋率为 0.5%~1.3%,钢筋混凝土 T 形梁的经济配筋率为 2.0%~3.5%。

## 3.4 单筋矩形截面受弯构件计算

### 3.4.1 单筋矩形截面正截面承载力计算公式及其适用条件

#### 1. 正截面承载力计算基本公式

根据前述钢筋混凝土受弯构件按承载力极限状态设计时的假定,可绘出如图 3-15 所示的单筋矩形截面正截面承载力计算图式。

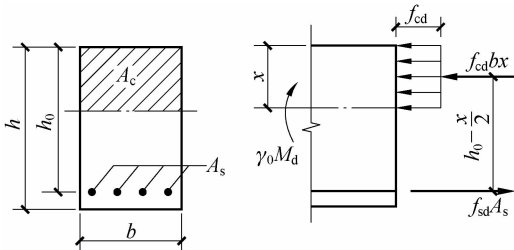


图 3-15 单筋矩形截面正截面承载力计算图式

按静力平衡条件,由图 3-15 可得单筋矩形截面正截面承载力计算公式。

由水平力平衡,即  $\sum H = 0$ , 可得

$$f_{cd}bx = f_{sd}A_s \quad (3-9)$$

由弯矩平衡,即  $\sum M = 0$ 。取受拉钢筋合力作用点为矩心,可得

$$\sum M = f_{cd}bx \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) \quad (3-10)$$

取受压区混凝土合力作用点为矩心,可得

$$\sum M = f_{sd}A_s \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) \quad (3-11)$$

式(3-10)和式(3-11)也可说成是结构抗力效应设计值的计算公式,即

$$M = f_{cd}bx \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) \quad (3-12)$$

或

$$M = f_{sd}A_s \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) \quad (3-13)$$

根据按承载能力极限状态设计的原则可得出如下公式。

$$\gamma_0 M_d \leq f_{cd}bx \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) \quad (3-14)$$

或

$$\gamma_0 M_d \leq f_{sd}A_s \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) \quad (3-15)$$

式中, $M$ 为结构抗力效应的设计值,即截面总的抗弯内力矩; $M_d$ 为弯矩组合设计值; $f_{cd}$ 为受压区混凝土的抗压强度设计值; $f_{sd}$ 为受拉钢筋的抗拉强度设计值; $b$ 为矩形截面的宽度; $h_0$ 为矩形截面的有效高度; $x$ 为等效矩形应力图的高度; $A_s$ 为受拉钢筋的截面面积; $\gamma_0$ 为桥梁结构重要性系数。

## 2. 计算公式的适用条件

(1)由前面的内容可知,适筋梁应满足  $x \leq \xi_b h_0$ , 该条件是为了避免超筋。

可将式(3-9)变换成

$$x = \frac{f_{sd}A_s}{f_{cd}b} = \frac{A_s}{bh_0} \cdot \frac{f_{sd}}{f_{cd}} h_0 = \rho \frac{f_{sd}}{f_{cd}} h_0 \quad (3-16)$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \rho \frac{f_{sd}}{f_{cd}} \quad (3-17)$$

或

$$\rho = \xi \frac{f_{cd}}{f_{sd}} \quad (3-18)$$

因为适筋梁的  $\xi$  的最大值为  $\xi_b$ , 所以利用式(3-18)可以得出适筋梁的最大配筋率计算公式为

$$\rho_{\max} = \xi_b \frac{f_{cd}}{f_{sd}} \quad (3-19)$$

分析式(3-19)可以看出,适筋梁受压区高度  $x_0$  不能超过其最大限值  $x_u$ , 其配筋率  $\rho$  不能大于其所对应的最大配筋率  $\rho_{\max}$ , 即要求  $\rho \leq \rho_{\max}$ 。这也明确地说明了梁正截面的破坏形式主要依配筋率的大小而变的道理。

(2)为了防止将构件设计成少筋构件,要求构件的配筋率不得低于其最小配筋率。

$$\rho = \frac{A_s}{bh_0} \geq \rho_{\min} \quad (3-20)$$

## 3.4.2 单筋矩形截面受弯构件正截面承载力计算内容

单筋矩形截面受弯构件正截面承载力计算包括截面设计与承载力复核两项内容。

### 1. 截面设计

截面设计是根据要求截面所承受的弯矩,选定混凝土强度等级、钢筋牌号,计算出构件

## 第1篇 钢筋混凝土结构

截面尺寸  $b$ 、 $h$  及受拉钢筋截面面积  $A_s$ 。这是钢筋混凝土受弯构件截面选择的正常步骤。

设计中,在进行单筋矩形截面受弯构件正截面选择时,常有下列两种情况。

(1) 已知弯矩组合设计值  $M_d$ 、结构重要性系数  $\gamma_0$ 、钢筋牌号和混凝土强度等级、构件截面尺寸  $b$  和  $h$ , 求受拉钢筋截面面积  $A_s$ 。

计算步骤如下。

首先由式(3-14)解一元二次方程,得受压区高度  $x$  为

$$x = h_0 - \sqrt{h_0^2 - \frac{2\gamma_0 M_d}{f_{cd} b}} \quad (3-21)$$

若  $x > \xi_b h_0$ , 则此梁为超筋梁, 需要增大截面尺寸, 主要是增加高度  $h$  或提高混凝土的强度等级; 若  $x \leq \xi_b h_0$ , 则可由式(3-15)求得钢筋截面面积  $A_s$  为

$$A_s = \frac{\gamma_0 M_d}{f_{sd} \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)} \quad (3-22)$$

或

$$A_s = \frac{f_{cd} b x}{f_{sd}} \quad (3-23)$$

在上述计算公式中, 均需先确定截面的有效高度  $h_0$ , 在钢筋截面面积  $A_s$  尚未确定之前, 须先假定受拉钢筋合力点至受拉边缘的距离  $a_s$ 。一般在板中可先假定  $a_s = 40$  mm。在梁中, 当估计为单排钢筋时, 可先假定  $a_s = 35 \sim 45$  mm; 当估计为多排钢筋时, 可先假定  $a_s = 60 \sim 80$  mm。另外, 为使所采用的钢筋截面面积  $A_s$  在适筋梁范围内, 还需要验证  $\xi \leq \xi_b$ , 即  $x \leq \xi_b h_0$ 。

通过计算求得  $A_s$  后, 即可根据构造要求等从表 3-3 和表 3-4 中选择合适的钢筋直径及根数, 并进行具体的钢筋布置, 从而再对假定的  $a_s$  值进行校核修正。此外, 还应验算  $\rho \geq \rho_{\min}$ 。

表 3-3 圆钢筋、带肋钢筋的截面面积及质量

直径 /mm	在下列钢筋根数时的截面面积/mm <sup>2</sup>									质量 /(kg·m <sup>-1</sup> )	带肋钢筋	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9		直径 /mm	外径 /mm
4	12.6	25	38	50	63	75	88	101	113	0.098		
6	28.3	57	85	113	141	170	198	226	254	0.222		
8	50.3	101	151	201	251	302	352	402	452	0.396		
10	78.5	157	236	314	393	471	550	628	707	0.617	10	11.6
12	113.1	226	339	452	566	679	792	905	1 018	0.888	12	13.9
14	153.9	308	462	616	770	924	1078	1 232	1 385	1.208	14	16.2
16	201.1	402	603	804	1 005	1 206	1 407	1 608	1 810	1.680	16	18.4
18	254.5	509	763	1 018	1 272	1 527	1 781	2 036	2 290	1.998	18	20.5
20	314.2	628	942	1 256	1 570	1 884	2 200	2 513	2 827	2.460	20	22.7
22	380.1	760	1 140	1 520	1 900	2 281	2 661	3 041	3 421	2.980	22	25.1



### 单元3 钢筋混凝土受弯构件正截面承载力

续表

直径 /mm	在下列钢筋根数时的截面面积/mm <sup>2</sup>									质量 /(kg·m <sup>-1</sup> )	带肋钢筋	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9		直径 /mm	外径 /mm
25	490.9	982	1 473	1 964	2 454	2 945	3 436	3 927	4 418	3.850	25	28.4
28	615.7	1 232	1 847	2 463	3 079	3 695	4 310	4 926	5 542	4.833	28	31.6
32	804.3	1 609	2 413	3 217	4 021	4 826	5 630	6 434	7 238	6.310	32	35.8
34	907.9	1 816	2 724	3 632	4 540	5 448	6 355	7 263	8 171	7.127	34	
36	1 017.9	2 036	3 054	4 072	5 089	6 107	7 125	8 143	9 161	7.990	36	40.2
38	1 134.1	2 268	3 402	4 536	5 671	6 805	7 939	9 073	10 207	8.003	38	
40	1 256.6	2 513	3 770	5 026	6 283	7 540	8 796	10 053	11 310	9.865	40	44.5

表 3-4 在钢筋间距一定时板每米宽度内钢筋截面面积 单位: mm<sup>2</sup>

钢筋间距/mm	钢筋直径/mm								
	6	8	10	12	14	16	18	20	22
70	404	718	1 122	1 616	2 199	2 873	3 636	4 487	5 430
75	377	670	1 047	1 508	2 052	2 681	3 393	4 188	5 081
80	353	628	982	1 414	1 924	2 314	3 181	3 926	4 751
85	333	591	924	1 331	1 811	2 366	2 994	3 695	4 472
90	314	559	873	1 257	1 711	2 234	2 828	3 490	4 223
95	298	529	827	1 190	1 620	2 117	2 679	3 306	4 000
100	283	503	785	1 131	1 539	2 011	2 545	3 141	3 801
105	269	479	748	1 077	1 466	1 915	2 424	2 991	3 620
110	257	457	714	1 028	1 399	1 828	2 314	2 855	3 455
115	246	437	683	984	1 339	1 749	2 213	2 731	3 305
120	236	419	654	942	1 283	1 676	2 121	2 617	3 167
125	226	402	624	905	1 232	1 609	2 036	2 513	3 041
130	217	387	604	870	1 184	1 547	1 958	2 416	2 924
135	209	372	582	838	1 140	1 490	1 885	2 327	2 816
140	202	359	561	808	1 100	1 436	1 818	2 244	2 715
145	195	347	542	780	1 062	1 387	1 755	2 166	2 621
150	189	335	524	754	1 026	1 341	1 697	2 084	2 534
155	182	324	507	730	993	1 297	1 643	2 027	2 452

续表

钢筋间距/mm	钢筋直径/mm								
	6	8	10	12	14	16	18	20	22
160	177	314	491	707	962	1 257	1 590	1 964	2 376
165	171	305	476	685	933	1 219	1 542	1 904	2 304
170	166	296	462	665	905	1 183	1 497	1 848	2 236
175	162	287	449	646	876	1 149	1 454	1 795	2 172
180	157	279	436	628	855	1 117	1 414	1 746	2 112
185	153	272	425	611	832	1 087	1 376	1 694	2 035
190	149	262	413	595	810	1 058	1 339	1 654	3 001
195	145	258	403	580	789	1 031	1 305	1 611	1 949
200	141	251	393	565	769	1 055	1 272	1 572	1 901

(2) 已知弯矩组合设计值  $M_d$ 、钢筋牌号及混凝土强度等级、结构设计的安全等级, 求构件截面尺寸  $b$ 、 $h$  及受拉钢筋截面面积  $A_s$ 。

由于基本计算公式只有式(3-9)和式(3-14)或式(3-15)两个, 因此只能在  $b$ 、 $h$ 、 $x$ 、 $A_s$  四个未知数中先假定两个, 建立起二元二次方程, 通过对此方程的求解, 才能求得另外两个未知数。

这种计算程序既麻烦又费时, 不实用, 故可采用以下方法求解。

① 在经济配筋率内选定某一  $\rho$  值, 并根据受弯构件的适应情况选定梁宽(设计板时一般采用单位板宽, 即取  $b=1\ 000\text{ mm}$ )。

② 根据式(3-17)求出  $\xi$  值, 若  $\xi \leq \xi_b$ , 则  $x = \xi h_0$ , 代入式(3-14), 化简后得

$$h_0 = \sqrt{\frac{\gamma_0 M_d}{\xi(1-0.5\xi)f_{cd}b}}$$

③ 由  $h_0$  求出所需截面高度  $h$ , 即  $h = h_0 + a_s$ , 式中  $a_s$  为受拉钢筋合力作用点至截面受拉外缘的距离。为了使构件截面尺寸规格化和考虑施工的方便, 最后实际取用的  $h$  值应模数化, 钢筋混凝土梁板的  $h$  值应为整数。

④ 继续按第一种情况求出受拉钢筋截面面积并布置钢筋。若  $\xi > \xi_b$ , 则应重新选定  $\rho$  值, 重复上述计算, 直至满足  $\xi \leq \xi_b$  的条件。

**【例 3-1】** 某钢筋混凝土单筋矩形梁的截面尺寸  $b=250\text{ mm}$ ,  $h=550\text{ mm}$ ,  $a_s=40\text{ mm}$ , 拟采用 C20 混凝土, R235 钢筋, 承受弯矩  $M_d=100\text{ kN}\cdot\text{m}$ , 结构重要性系数  $\gamma_0=1.1$ 。求受拉钢筋的截面面积  $A_s$ , 并配筋。

**【解】** 由表 1-1 和表 1-4 查得, C20 混凝土  $f_{cd}=9.2\text{ MPa}$ 、 $f_{td}=1.06\text{ MPa}$ , R235 钢筋  $f_{sd}=195\text{ MPa}$ ; 查表 3-2 得  $\xi_b=0.62$ 。设  $a_s=40\text{ mm}$ 。

截面有效高度  $h_0 = h - a_s = 550 - 40 = 510\text{ mm}$ 。

由式(3-21)得

$$x = h_0 - \sqrt{h_0^2 - \frac{2\gamma_0 M_d}{f_{cd} b}} = 510 - \sqrt{510^2 - \frac{2 \times 1.1 \times 100 \times 10^6}{9.2 \times 250}} = 104.5 (\text{mm})$$

$$< \xi_b h_0 = 0.62 \times 510 = 316.2 (\text{mm})$$

由式(3-23)可得受拉钢筋截面面积  $A_s$  为

$$A_s = \frac{f_{cd} b x}{f_{sd}} = \frac{9.2 \times 250 \times 104.5}{195} = 1\,232.6 (\text{mm}^2)$$

查表 3-3, 选用  $4\phi 20$ ,  $A_s = 1\,256 \text{ mm}^2$ 。钢筋按一排布置, 所需截面最小宽度为

$$b_{\min} = 3 \times 30 + 4 \times 22.7 + 2 \times 30 = 240.8 (\text{mm}) < b = 250 (\text{mm})$$

梁的实际有效高度为

$$h_0 = 550 - \left( 30 + \frac{22.7}{2} \right) = 508.65 (\text{mm})$$

实际配筋率为

$$\rho = \frac{A_s}{bh_0} = \frac{1\,256}{250 \times 508.65} = 0.0099 = 0.99\%$$

$$\rho_{\min} = 0.45 \frac{f_{td}}{f_{sd}} \times 100\% = 0.45 \times \frac{1.06}{195} \times 100\% = 0.24\%$$

所以有

$$\rho > \rho_{\min}$$

配筋率满足《公路桥规》的要求。截面配筋如图 3-16 所示。

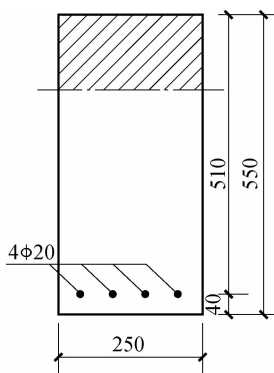


图 3-16 【例 3-1】截面配筋 (尺寸单位: mm)

## 2. 承载力复核

承载力复核是对已经设计好的截面进行承载力计算, 以判断其安全程度。

已知荷载效应设计值  $M_d$ , 截面尺寸  $b, h$ , 纵向受拉钢筋截面面积  $A_s$ , 混凝土强度等级和钢筋牌号, 结构重要性系数  $\gamma_0$ , 验算截面所能承担的弯矩  $M_u$ , 并判断其安全程度。

计算步骤如下。

- (1) 复核构造是否符合要求。要求钢筋的间距及保护层厚度均应符合要求。
- (2) 按式(3-1)计算得到的纵向受拉钢筋的配筋率  $\rho$  需满足  $\rho \geq \rho_{\min}$ , 否则为少筋梁, 应修改设计。
- (3) 求  $x$ , 并判断截面的类型。

$$x = \frac{f_{sd}A_s}{f_{cd}b}$$

若  $x \leq \xi_b h_0$  且  $\rho \geq \rho_{\min}$ , 则为适筋梁; 若  $x > \xi_b h_0$ , 则为超筋梁。

(4) 计算截面所能承担的弯矩  $M_u$ 。

如为适筋梁

$$M_u = \frac{f_{sd}A_s \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)}{\gamma_0} \quad (3-24)$$

或

$$M_u = \frac{f_{cd}bx \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)}{\gamma_0} \quad (3-25)$$

或

$$M_u = \frac{f_{cd}bh_0^2\xi(1-0.5\xi)}{\gamma_0} \quad (3-26)$$

或

$$M_u = \frac{f_{sd}A_s h_0 (1-0.5\xi)}{\gamma_0} \quad (3-27)$$

如为超筋梁

$$M_u = \frac{f_{cd}bh_0^2\xi_b(1-0.5\xi_b)}{\gamma_0} \quad (3-28)$$

若计算结果  $M_u \leq M_d$ , 则满足承载力要求。

**【例 3-2】** 某单跨整体式钢筋混凝土盖板涵, 其板厚  $h = 160 \text{ mm}$  ( $h_0 = 160 \text{ mm}$ ), 跨中弯矩组合设计值  $M_d = 40.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$ , 材料采用 C20 混凝土 ( $f_{cd} = 9.2 \text{ MPa}$ ,  $f_{td} = 1.06 \text{ MPa}$ ), R235 钢筋  $\Phi 16 @ 140 \text{ mm}$  ( $A_s = 1436 \text{ mm}^2$ ,  $f_{sd} = 195 \text{ MPa}$ ), 结构重要性系数  $\gamma_0 = 1.1$ 。试复核此盖板承载力。

**【解】** 现取单位板宽  $b = 1000 \text{ mm}$ , 并计算配筋率。

$$\rho = \frac{A_s}{bh_0} = \frac{1436}{1000 \times 160} \times 100\% = 0.898\% > \rho_{\min} = 0.45 \frac{f_{td}}{f_{sd}} \times 100\% = 0.24\%$$

混凝土受压区高度系数为

$$\xi = \rho \frac{f_{sd}}{f_{cd}} = 0.00898 \times \frac{195}{9.2} = 0.190 < \xi_b = 0.62$$

跨中截面所能承担的弯矩  $M_u$  为

$$\begin{aligned} M_u &= \xi(1-0.5\xi)bh_0^2f_{cd} \\ &= 0.190 \times (1-0.5 \times 0.190) \times 1000 \times 160^2 \times 9.2 \\ &= 40.5 (\text{kN} \cdot \text{m}) \leq \gamma_0 M_d \\ &= 1.1 \times 40.5 = 44.55 (\text{kN} \cdot \text{m}) \end{aligned}$$

故承载力不满足要求。

## 3.5 双筋矩形截面受弯构件计算

### 3.5.1 双筋矩形截面选择条件

在受拉区配置有纵向受拉钢筋,同时在受压区配置有纵向受压钢筋的矩形截面受弯构件,称为双筋矩形截面受弯构件。

双筋矩形截面多适用于以下情况。

(1)当矩形截面承受的弯矩较大,截面尺寸受到限制,且混凝土强度等级又不可能提高,以致用单筋截面无法满足  $x \leq \xi_b h_0$  的条件时,需在受压区配置受压钢筋  $A'_s$  以帮助混凝土受压。

(2)当截面既承受正向弯矩又可能承受负向弯矩时,截面上、下均需配置受力钢筋。此外,根据构造要求,当有些纵向钢筋需贯穿全梁时,若计算中考虑截面受压区部分受压钢筋的作用,则可按双筋处理(如连续梁支点及支点附近的截面)。

应该明确,利用配置受压钢筋来帮助混凝土受压以提高构件的承载能力是不经济的,但是从使用性能来看,双筋截面受弯构件由于设置了受压钢筋,可提高截面的延性和抗震性能,有利于防止结构的脆性破坏。此外,受压钢筋的存在和混凝土徐变的影响,可以减少短期和长期作用下构件产生的变形。从这两方面讲,采用双筋矩形截面还是适宜的。

### 3.5.2 双筋矩形截面正截面承载力计算公式及其适用条件

双筋矩形截面梁与单筋矩形截面梁在破坏时,其受力特点是相似的,两者间的区别只在于受压区是否配有纵向受压钢筋。因此,对于双筋矩形梁,在明确了梁破坏时受压钢筋承受的应力后,其基本计算公式就可比照单筋梁的分析方法建立起来。

图 3-17(a)所示为双筋矩形截面,工程上为简化计算,截面受压区抛物线应力图多用等效矩形应力图代替,如图 3-17(b)所示。

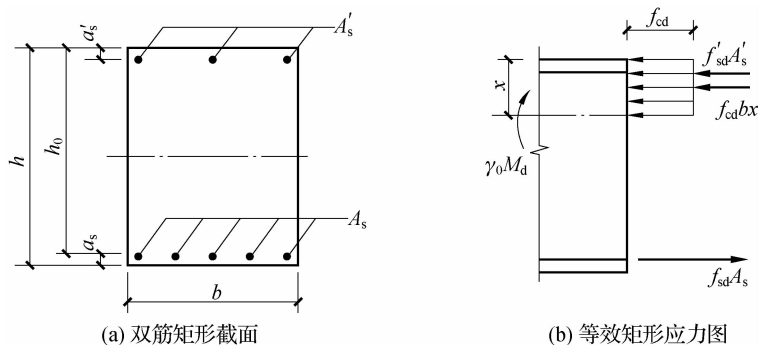


图 3-17 双筋矩形截面与等效矩形应力图

根据图 3-17(b),按静力平衡条件可得双筋矩形截面正截面承载力计算公式。

由  $\sum H = 0$ ,得

$$f_{sd}A_s - f'_{sd}A'_s = f_{cd}bx \quad (3-29)$$

由弯矩平衡,即  $\sum M = 0$ ,取受拉钢筋合力作用点为矩心,可得

$$\gamma_0 M_d = f_{cd}bx \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + f'_{sd}A'_s (h_0 - a'_s) \quad (3-30)$$

式中,  $f'_{sd}$  为受压钢筋的强度设计值;  $A'_s$  为受压钢筋截面面积;  $a'_s$  为受压钢筋合力作用点至截面受压区外缘的距离; 其余符号意义同单筋矩形截面计算公式规定。

据试验分析,在应用式(3-29)和式(3-30)进行钢筋混凝土双筋矩形截面设计计算时,应满足下述两项条件的要求。

(1) 受压区高度  $x \leq \xi_b h_0$ , 其意义与单筋矩形截面相同,是为了保证梁的破坏从受拉钢筋屈服开始,防止梁发生脆性破坏。

(2) 受压区高度  $x \geq 2a'_s$ , 这主要是为了保证受压钢筋在截面破坏时其应力达到屈服强度。因为若  $x < 2a'_s$ , 则说明受压钢筋位置距离中性轴太近,这样在构件破坏时,使得受压钢筋的压应变太小,以致其应力达不到抗压强度设计值  $f_{sd}$ 。这种应力状态与在极限状态下的双筋矩形截面应力图式不符,从而需要用  $x \geq 2a'_s$  来限制受压区高度的最小值。

至于控制最小配筋率的条件,在双筋矩形截面的情况下,一般不需验算。

### 3.5.3 双筋矩形截面受弯构件正截面承载力计算内容

双筋矩形截面受弯构件正截面的承载力计算,包括截面选择与承载力复核两项内容。

#### 1. 截面选择

双筋矩形截面受弯构件的截面选择,主要是指已知构件截面尺寸(构件截面尺寸通常可以根据构造要求或总体布置预先确定)去求受拉钢筋截面面积  $A_s$  与受压钢筋截面面积  $A'_s$  (有时,受压钢筋截面面积  $A'_s$  已由其他作用情况设计出来,或根据构造要求已被确定)。

为了方便计算,将式(3-30)的等号右侧分解成两组(见图 3-18)。

$$M_1 = f_{cd}bx \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

$$M_2 = f'_{sd}A'_s (h_0 - a'_s)$$

其中,  $M_1$  是由受压区混凝土的内力  $f_{cd}bx$  与相当数量的部分受拉钢筋  $A_{s1}$  的内力  $f_{sd}A_{s1}$  所形成的抗弯力矩;  $M_2$  是由受压区钢筋  $A'_s$  的内力  $f'_{sd}A'_s$  与另一部分受拉钢筋  $A_{s2}$  的内力  $f_{sd}A_{s2}$  所形成的抗弯力矩。

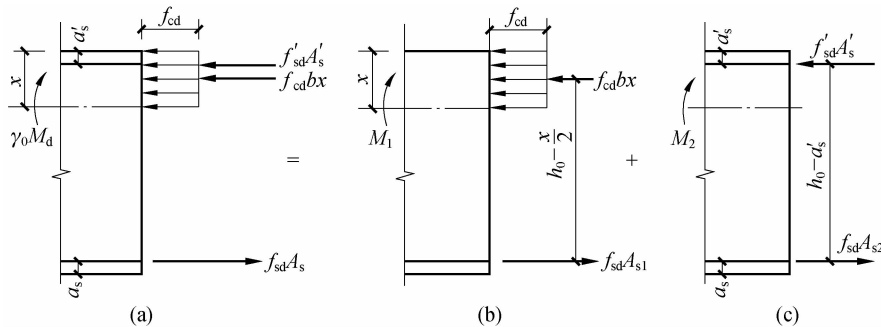


图 3-18 双筋矩形截面正截面承载力计算图式

在进行截面选择时,可令

$$\gamma_0 M_d = M_1 + M_2 = f_{cd} b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + f'_{sd} A'_s (h_0 - a'_s)$$

双筋矩形截面受弯构件正截面选择的基本出发点是:应首先充分发挥受压区混凝土和其对应的受拉钢筋  $A_{s1}$  的承载能力(取  $x = \xi_b h_0$ , 按单筋矩形截面设计),对无法承担的部分荷载效应,应考虑由受压钢筋  $A'_s$  和部分受拉钢筋  $A_{s2}$  来承担。

(1)已知弯矩组合设计值  $M_d$ , 构件截面尺寸  $b, h$ , 混凝土强度等级和钢筋牌号, 结构重要性系数  $\gamma_0$ , 求受拉钢筋截面面积  $A_s$  和受压钢筋截面面积  $A'_s$ 。

计算步骤如下。

①复核是否满足  $\gamma_0 M_d \leq 0.5 f_{cd} b h_0^2$  这一条件。如不满足,则应加大截面尺寸或提高混凝土强度等级。

②判断是否需按双筋矩形截面设计。单筋矩形截面所能承担的最大弯矩为

$$M_1 = f_{cd} b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) = f_{cd} \xi_b (1 - 0.5 \xi_b) b h_0^2 \quad (3-31)$$

当  $M_d > \frac{M_1}{\gamma_0}$  时,应配置受压钢筋。

相应于  $M_1$ , 所需的受拉钢筋截面面积  $A_{s1}$  为

$$A_{s1} = \frac{f_{cd}}{f_{sd}} b \xi_b h_0 \quad (3-32)$$

③计算受压钢筋截面面积  $A'_s$ 。

$$A'_s = \frac{\gamma_0 M_d - M_1}{f'_{sd} (h_0 - a'_s)} \quad (3-33)$$

部分受拉钢筋截面面积  $A_{s2}$  为

$$A_{s2} = \frac{f'_{sd} A'_s}{f_{sd}} \quad (3-34)$$

④计算受拉钢筋截面面积  $A_s$ 。

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = \frac{f_{cd}}{f_{sd}} b \xi_b h_0 + \frac{f'_{sd} A'_s}{f_{sd}} \quad (3-35)$$

按上述方法设计的双筋截面,均能满足其适用条件  $x \leq \xi_b h_0$  和  $x \geq 2a'_s$ , 所以可不再进行这两项内容的验算。

(2)已知弯矩组合设计值  $M_d$ , 构件的重要性系数  $\gamma_0$ , 构件截面尺寸  $b, h$ , 混凝土强度等级及钢筋级别, 受压钢筋截面面积  $A'_s$ 。求受拉钢筋截面面积  $A_s$ 。

计算步骤如下。

①复核是否满足  $\gamma_0 M_d \leq 0.5 f_{cd} b h_0^2$  这一条件。

②求出相应部分受拉钢筋截面面积  $A_{s2}$  及它们共同组成的抗弯承载力  $M_2$ 。

$$A_{s2} = \frac{f'_{sd} A'_s}{f_{sd}}$$

$$M_2 = f'_{sd} A'_s (h_0 - a'_s)$$

③计算  $A_{s1}$ 。

$$x = h_0 - \sqrt{h_0^2 - \frac{2(\gamma_0 M_d - M_2)}{f_{cd} b}} \quad (3-36)$$

$$A_{s1} = \frac{f_{cd}bx}{f_{sd}} \quad (3-37)$$

④求受拉钢筋总截面面积  $A_s$ 。

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

⑤根据  $A_s$ , 选配钢筋, 并验算  $a_s$ 。

对于这种情况, 在计算过程中需注意以下两个问题。

a. 如求得  $x > \xi_b h_0$ , 则意味着原来已配置的受压钢筋  $A'_s$  数量不足, 应增加钢筋。

b. 如求得的受压区高度  $x < 2a'_s$ , 则说明受压区钢筋的应力达不到抗压强度设计值  $f'_{sd}$ , 此时可假设混凝土压应力合力作用在受压钢筋重心处(相当于  $x = 2a'_s$ ), 取对受压钢筋重心处为矩心的力矩平衡条件, 得

$$A_s = \frac{\gamma_0 M_d}{f_{sd}(h_0 - a'_s)} \quad (3-38)$$

对于  $x < 2a'_s$  的情况, 若按式(3-38)求得的受拉钢筋总截面面积比不考虑受压钢筋时还多, 则计算时不计受压钢筋的作用, 按单筋矩形截面计算受拉钢筋。

**【例 3-3】** 某钢筋混凝土矩形截面简支梁, 跨中截面弯矩组合设计值  $M_d = 200 \text{ kN} \cdot \text{m}$ , 截面尺寸  $b = 200 \text{ mm}$ 、 $h = 500 \text{ mm}$ , 拟采用 C30 混凝土、HRB335 钢筋, 构件重要性系数  $\gamma_0 = 1.1$ 。试选择截面并配筋。

**【解】** 假设  $a_s = 70 \text{ mm}$ (采用两排受拉钢筋),  $a'_s = 40 \text{ mm}$ (采用一排受压钢筋), 截面有效高度  $h_0 = 500 - 70 = 430 \text{ mm}$ 。查表 1-1 和表 1-4 得  $f_{cd} = 13.8 \text{ MPa}$ 、 $f_{sd} = f'_{sd} = 280 \text{ MPa}$ , 查表 3-2 得  $\xi_b = 0.56$ 。

按单筋矩形截面设计, 则截面的承载力  $M_1$  为

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{1}{\gamma_0} f_{cd} \xi_b (1 - 0.5 \xi_b) b h_0^2 \\ &= \frac{1}{1.1} \times 13.8 \times 0.56 \times (1 - 0.5 \times 0.56) \times 200 \times 430^2 \\ &= 187.06 (\text{kN} \cdot \text{m}) \end{aligned}$$

即  $M_1 = 187.06 \text{ kN} \cdot \text{m} < \gamma_0 M_d = 220 \text{ kN} \cdot \text{m}$ , 故需设置受压钢筋。

由式(3-32)求得相应于构件承载力  $M_1$  的受拉钢筋截面面积  $A_{s1}$  为

$$A_{s1} = \frac{f_{cd}}{f_{sd}} b \xi_b h_0 = \frac{13.8}{280} \times 200 \times 0.56 \times 430 = 2\,373.6 (\text{mm}^2)$$

则由受压钢筋  $A'_s$  和部分受拉钢筋  $A_{s2}$  组成的承载力  $M_2$  为

$$M_2 = \gamma_0 M_d - M_1 = 220 - 187.06 = 32.94 (\text{kN} \cdot \text{m})$$

由式(3-33)求得受压钢筋截面面积  $A'_s$  为

$$A'_s = \frac{\gamma_0 M_d - M_1}{f'_{sd}(h_0 - a'_s)} = \frac{32.94 \times 10^6}{280 \times (430 - 40)} = 301.6 (\text{mm}^2)$$

因为  $f_{sd} = f'_{sd}$ , 所以部分受拉钢筋截面面积  $A_{s2} = A'_s = 301.6 \text{ mm}^2$ 。

受拉钢筋总截面面积为

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 2\,373.6 + 301.6 = 2\,675.2 (\text{mm}^2)$$

由表 3-3 选用受拉钢筋  $8\Phi 20$ , 实际受拉钢筋截面面积  $A_s = 2\,513 \text{ mm}^2$ , 选用受压钢筋  $2\Phi 14$ , 实际受压钢筋截面面积  $A'_s = 308 \text{ mm}^2$ 。配筋如图 3-19 所示。



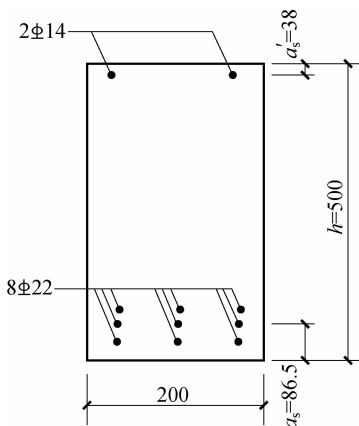


图 3-19 【例 3-3】配筋(尺寸单位:mm)

受拉钢筋重心至下边缘的距离为

$$a_s = \frac{942 \times (30 + 11.35) + 942 \times (2 \times 30 + 22.7 + 11.35) + 628 \times (3 \times 30 + 2 \times 22.7 + 11.35)}{2513}$$

$$= 87.43(\text{mm})$$

与假定的  $a_s$  不符,需验算  $x$ 。

由式(3-29)可求得实际受压区高度  $x$  为

$$x = \frac{f_{sd}A_s - f'_{sd}A'_s}{f_{cd}b} = \frac{280 \times (2513 - 308)}{13.8 \times 200} = 223.7(\text{mm})$$

$$< \xi_b h_0 = 0.56 \times (500 - 87.5) = 231(\text{mm}), \text{符合设计要求。}$$

受压钢筋重心至上边缘的距离为

$$a'_s = 30 + \frac{16.2}{2} = 38.1(\text{mm})$$

与假定的钢筋位置符合,且  $x \geq 2a'_s$ 。

## 2. 承载力复核

已知弯矩组合设计值  $M_d$ , 构件重要性系数  $\gamma_0$ , 构件截面尺寸  $b, h$ , 混凝土强度等级及钢筋级别, 受压钢筋截面面积  $A'_s$ , 求受拉钢筋截面面积  $A_s$  及截面的钢筋布置情况, 判断截面是否安全。

计算步骤如下。

- (1) 复核钢筋的构造。要求钢筋的间距及保护层厚度均应满足要求。
- (2) 求受压区的高度  $x$ 。

$$x = \frac{f_{sd}A_s - f'_{sd}A'_s}{f_{cd}b}$$

(3) 根据  $x$  值的大小, 分 3 种情况验算正截面承载力。

① 当  $2a'_s \leq x \leq \xi_b h_0$  时, 按式(3-39)验算。

$$M_u = f_{cd}bx \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + f'_{sd}A'_s (h_0 - a'_s) \quad (3-39)$$

② 当  $x < 2a'_s$  时, 按式(3-40)验算。

$$M_u = f_{sd} A_s (h_0 - a'_s) \quad (3-40)$$

如不计受压钢筋的作用,截面的承载力反较式(3-40)的计算结果为大,则应按单筋截面复核。

③当  $x > \xi_b h_0$  时,令  $x = \xi_b h_0$ ,代入式(3-39)重新进行配筋计算,使  $x \leq \xi_b h_0$ ,避免出现脆性破坏。

$$M_u = f_{cd} b h_0^2 \xi_b (h_0 - 0.5 \xi_b) + f'_{sd} A'_s (h_0 - a'_s) \quad (3-41)$$

(4)判断截面是否安全。若  $\gamma_0 M_d \leq M_u$ ,则截面安全。

**【例 3-4】** 某钢筋混凝土双筋矩形截面梁,跨中弯矩组合设计值  $M_d = 53 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ,结构重要性系数  $\gamma_0 = 1.1$ ,截面尺寸  $b = 150 \text{ mm}$ ,  $h = 350 \text{ mm}$ ,拟采用 C25 混凝土 ( $f_{cd} = 11.5 \text{ MPa}$ )、HRB335 钢筋 ( $f_{sd} = f'_{sd} = 280 \text{ MPa}$ ),受拉钢筋为  $3\Phi 20$ ,其截面积  $A_s = 942 \text{ mm}^2$ 、钢筋重心位置  $a_s = 40 \text{ mm}$ ,受压钢筋为  $3\Phi 12$ ,其截面积  $A'_s = 339 \text{ mm}^2$ ,钢筋重心位置  $a'_s = 40 \text{ mm}$ ,试复核此梁承载力。

**【解】** 截面有效高度  $h_0 = h - a_s = 350 - 40 = 310 \text{ mm}$ 。

混凝土受压区高度为

$$x = \frac{f_{sd} A_s - f'_{sd} A'_s}{f_{cd} b} = \frac{280 \times 942 - 280 \times 339}{11.5 \times 150} = 97.9 (\text{mm})$$

$$< \xi_b h_0 = 0.56 \times 310 = 173.6 (\text{mm}) \text{ 且 } x > 2a'_s = 80 (\text{mm})$$

此截面所能承担的弯矩(承载力)为

$$M_u = f_{cd} b x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + f'_{sd} A'_s (h_0 - a'_s)$$

$$= 11.5 \times 150 \times 97.9 \times (310 - 0.5 \times 97.9) + 280 \times 339 \times (310 - 40)$$

$$= 69.71 (\text{kN} \cdot \text{m}) > \gamma_0 M_d = 1.1 \times 53 = 58.3 (\text{kN} \cdot \text{m})$$

承载力满足要求。

## 3.6 单筋 T 形截面受弯构件计算

钢筋混凝土矩形梁在破坏时,受拉区混凝土早已开裂,在裂缝截面处,受拉区的混凝土不再承担拉力,对截面的抗弯承载力已不起作用,因此可将受拉区混凝土挖去一部分[见图 3-20(a)],将受拉钢筋集中布置在剩余的受拉区混凝土内,形成 T 形截面[见图 3-20(b)],其承载能力与原矩形截面梁相同,但减轻了梁的自重。因此,钢筋混凝土 T 形梁可具有更大的跨度。

如图 3-20(b)所示,T 形截面由两侧挑出的翼缘与中间部分的梁肋所组成,翼缘的宽与高分别用符号  $b'_f$  和  $h'_f$  表示,梁肋的宽与高分别用字母  $b$  和  $h$  表示。

在工程实践中,除了图 3-20 所示的 T 形截面外,还可遇到多种可用 T 形截面等效代替的截面,如工形梁、箱形梁、Π 形梁、空心板等。在进行这类截面的正截面承载力计算时,由于不考虑受拉区混凝土的作用,因此可按各自的等效 T 形截面进行计算,如图 3-21 所示。

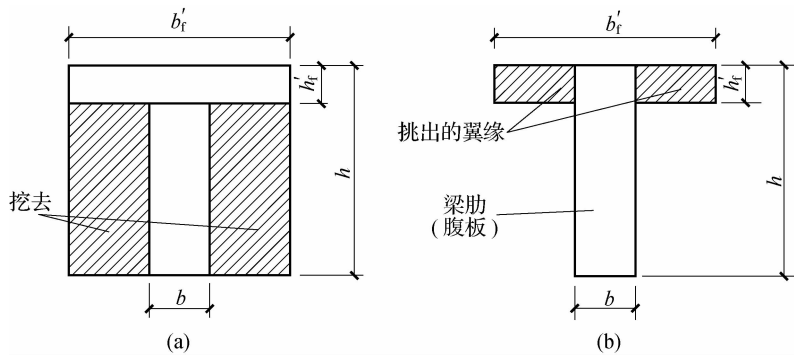


图 3-20 T 形截面

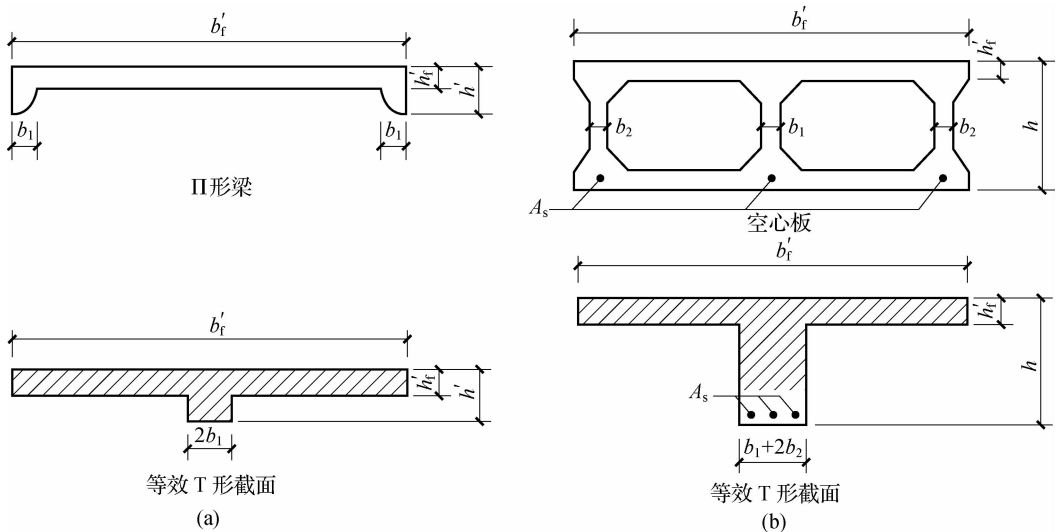


图 3-21 II 形梁及空心板的等效 T 形截面

一般来讲, T 形截面混凝土受压区较大, 混凝土足够承担压力, 受压区无须配钢筋。所以, T 形截面一般按单筋截面设计。

### 3.6.1 翼缘有效宽度

试验及理论分析证明, T 形梁受力后, 翼缘上的纵向压应力是不均匀分布的, 离梁肋越远, 压应力越小。为此, 在设计时需要把翼缘的计算(等效)宽度限制在一定范围内, 这个翼缘有效宽度用符号  $b'_f$  表示, 如图 3-22 所示。计算时, 假设在  $b'_f$  范围内压应力是均匀分布的。

T 形截面梁的翼缘有效宽度  $b'_f$  应按下列规定采用。

(1) 内梁的翼缘有效宽度取用下列三者中的最小值。

① 对于简支梁, 取计算跨径的  $1/3$ 。对于连续梁, 各中间跨正弯矩区段, 取该计算跨径的  $0.2$  倍; 边跨正弯矩区段, 取该计算跨径的  $0.27$  倍; 各中间支点负弯矩区段, 取该支点相邻两计算跨径之和的  $0.07$  倍。

②相邻两梁的平均间距。

③ $b+2b_h+12h'_f$ 。此处,  $b$  为梁腹板宽度,  $b_h$  为承托长度,  $h'_f$  为受压区翼缘的厚度。当  $h_h/b_h < 1/3$  时, 上式中的  $b_h$  应以  $3h_h$  代替,  $h_h$  为承托根部厚度。

(2)外梁翼缘的有效宽度取相邻内梁翼缘有效宽度的 1/2, 加上腹板宽度的 1/2, 再加上外侧悬臂板平均厚度的 6 倍或外侧悬臂板实际宽度两者中的较小者。

(3)对超静定结构进行作用(或荷载)效应分析时, T 形截面梁的翼缘宽度可取实际全宽。

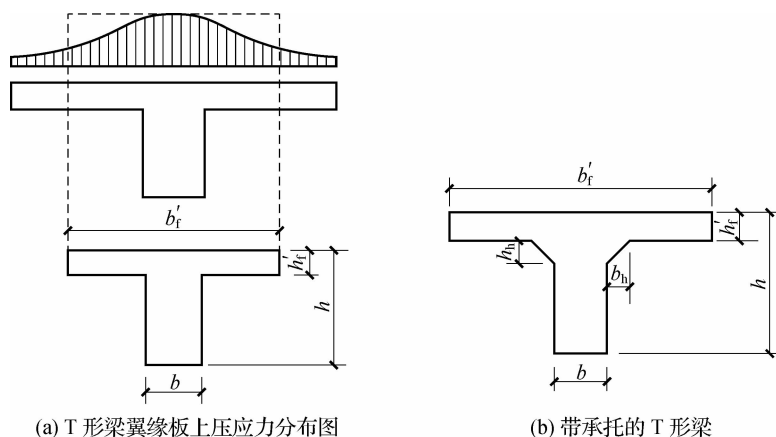


图 3-22 T 形梁翼缘板上压应力分布图及带承托的 T 形梁

### 3.6.2 基本公式及适用条件

#### 1. 基本公式

桥涵工程中的 T 形截面梁的翼缘常位于受压区。对于翼缘位于受压区的单筋 T 形截面梁承载力计算, 按中性轴所在位置的不同分为以下两种情况。

##### 1) 第一类 T 形截面

中性轴位于翼缘内, 即受压区高度  $x \leq h'_f$ , 混凝土受压区为矩形, 如图 3-23 所示。这种截面从形式上看是 T 形, 但其承载力却与宽度为  $b'_f$ 、高度为  $h$  的矩形截面完全相同。因此, 对于这类 T 形截面的计算, 只需将单筋矩形截面承载力计算公式中的  $b$  替换为  $b'_f$  即可。

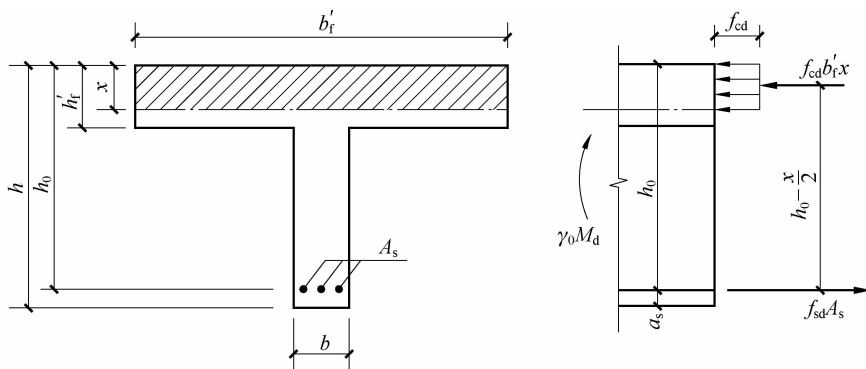


图 3-23 第一类 T 形截面

第一类 T 形截面承载力的计算公式为

$$bf_{cd}b'_f x = f_{sd}A_s \quad (3-42)$$

$$\gamma_0 M_d \leq f_{cd}b'_f x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) \quad (3-43)$$

2) 第二类 T 形截面

中性轴位于梁的腹板内, 即受压区高度  $x > h'_f$ , 受压区为 T 形, 如图 3-24 所示。

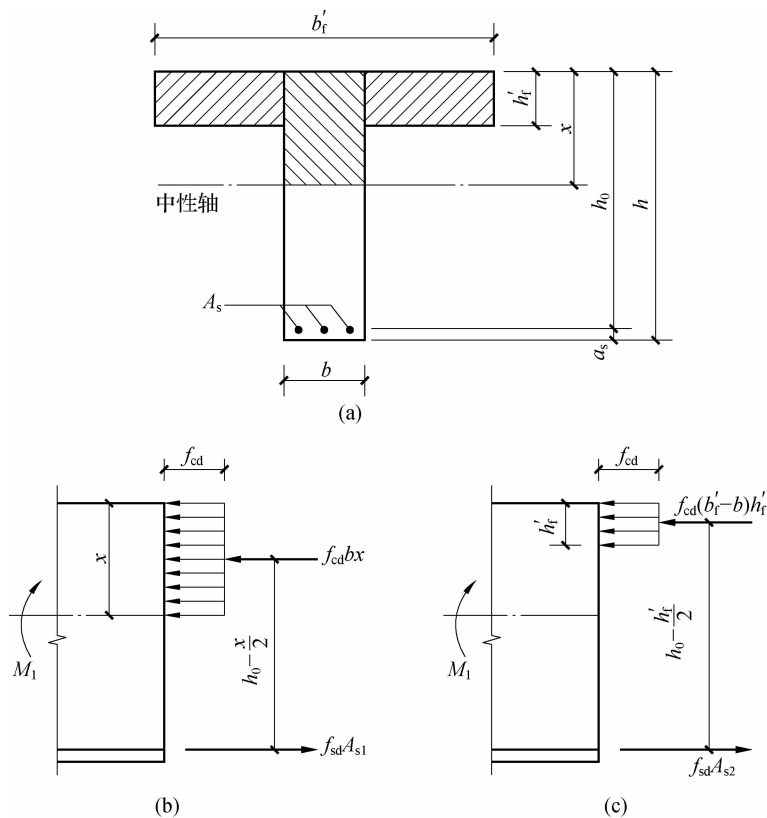


图 3-24 第二类 T 形截面

第二类 T 形截面的计算可仿照双筋矩形截面的分析方法, 将整个截面的抗弯能力看成由以下两部分组成。

(1) 第一部分  $M_1$  由腹板上部受压区内力  $f_{cd}bx$  及部分受拉钢筋  $A_{s1}$  的内力  $f_{sd}A_{s1}$  组成, 其值与梁宽为  $b$  的单筋矩形梁一样, 即

$$M_1 = f_{cd}bx \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

(2) 第二部分  $M_2$  由翼缘挑出部分的受压区内力  $f_{cd}(b'_f - b)h'_f$  及部分受拉钢筋  $A_{s2}$  的内力  $f_{sd}A_{s2}$  组成, 其值为

$$M_2 = f_{cd}(b'_f - b)h'_f \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right) \quad (3-44)$$

将以上两部分叠加, 便可得到第二种 T 形截面总抗弯承载力的计算公式, 即

$$\gamma_0 M_d \leq M_u = M_1 + M_2 = f_{cd}bx \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_{cd}(b'_f - b)h'_f \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right) \quad (3-45)$$

由水平力平衡条件得

$$f_{sd}A_s = f_{cd}bx + f_{cd}(b'_f - b)h'_f \quad (3-46)$$

式中,  $M_d$  为弯矩组合设计值;  $M_u$  为截面承载力;  $b$  为 T 形截面腹板宽度;  $b'_f$  为 T 形截面受压区翼缘计算宽度;  $h'_f$  为 T 形截面受压区翼缘高度; 其余符号的含义同单筋矩形截面计算公式。

## 2. 适用条件

第二类 T 形截面承载力计算公式的适用条件如下。

(1)  $x \leq \xi_b h_0$  或  $\rho = \frac{A_s}{bh_0} \leq \xi_b \frac{f_{cd}}{f_{sd}}$ 。对于第一类 T 形截面, 由于  $\xi \leq \frac{h'_f}{h_0}$ , 所以一般均能满足  $\xi \leq \xi_b$  的条件, 故不必验算。

(2)  $\rho \geq \rho_{min}$ 。由于最小配筋率  $\rho_{min}$  是根据钢筋混凝土截面的最小承载力不低于同样截面尺寸的纯混凝土截面的承载力原则确定的, 而纯混凝土截面的承载力主要取决于受拉区的承载力, 因此, T 形截面与同样高度而宽度为梁腹板宽的矩形截面的承载力相差不多。为了简化计算, 并考虑以往的设计经验, 在验算  $\rho \geq \rho_{min}$  时, T 形截面配筋率的计算公式采用式(3-1)。第二类 T 形截面一般均能满足  $\rho \geq \rho_{min}$  的要求, 故不必验算。

## 3.6.3 两类 T 形截面的判别

在进行结构设计时, 为了正确地应用上述公式进行计算, 首先必须判别截面属于哪一类 T 形截面。

由以上分析得知, 两类 T 形截面中性轴的分界位置恰好在翼缘的下边缘处, 此时  $x = h'_f$ , 翼缘全部受压, 如图 3-25 所示。实际上, 这正是第一类 T 形截面受压区高度最大值的极限位置。因此, 可用这个特定条件来判别 T 形截面的类型。

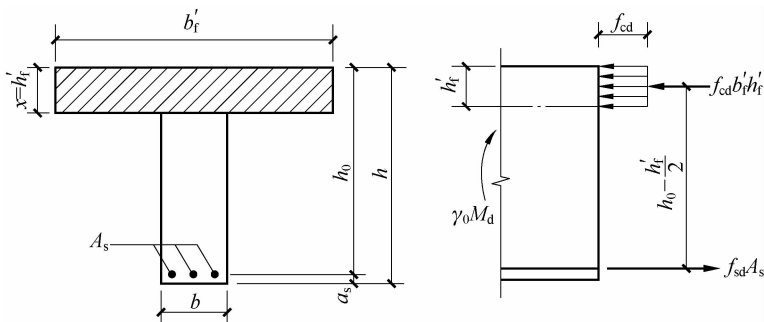


图 3-25  $x = h'_f$  的 T 形截面

由  $\sum H = 0$  可得

$$f_{cd}b'_fh'_f = f_{sd}A_s$$

由对受拉钢筋合力作用点为矩心的  $\sum M = 0$  可得

$$\gamma_0 M_d = f_{cd}b'_fh'_f \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$$

显然, 若

$$f_{sd}A_s \leq f_{cd}b'_f h'_f \quad (3-47)$$

或

$$\gamma_0 M_d \leq f_{cd}b'_f h'_f \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right) \quad (3-48)$$

则  $x \leq h'_f$  即属于第一类 T 形截面。

反之,若

$$f_{sd}A_s > f_{cd}b'_f h'_f \quad (3-49)$$

或

$$\gamma_0 M_d > f_{cd}b'_f h'_f \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right) \quad (3-50)$$

则  $x > h'_f$  即属于第二类 T 形截面。

在式(3-47)或式(3-49)中,要求受拉钢筋截面面积  $A_s$  已知,故此两公式仅适用于承载力复核;在式(3-48)或式(3-50)中,不存在受拉钢筋截面面积  $A_s$ ,故此两公式适用于截面选择。

### 3.6.4 单筋 T 形截面受弯构件计算内容

#### 1. 截面选择

T 形截面尺寸一般是预先假定或参考雷同的结构或根据经验数据取用的(梁的高宽比  $h/b=2\sim 8$ ,高跨比  $h/L=1/16\sim 1/11$ )。

截面尺寸确定之后,首先应用判别式(3-48)或式(3-50)确定构件截面属于哪类 T 形截面。

(1)第一类 T 形截面。设计方法与宽高分别为  $b'_f$ 、 $h$  的单筋矩形截面完全相同。

(2)第二类 T 形截面。已知设计值  $M_d$ ,截面尺寸  $b$ 、 $h$ 、 $b'_f$ 、 $h'_f$ ,混凝土强度等级和钢筋牌号,结构重要性系数  $\gamma_0$ ,计算受拉钢筋截面面积  $A_s$ 。

计算步骤如下。

①求翼缘部分混凝土所承受的压力对受拉钢筋合力作用点的力矩。

$$M_2 = f_{cd}(b'_f - b)h'_f \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$$

②见图 3-24(c),根据翼缘挑出部分的受压区内力  $f_{cd}(b'_f - b)h'_f$  与一部分受拉钢筋  $A_{s2}$  的内力  $f_{sd}A_{s2}$  的平衡条件,计算这部分受拉钢筋截面面积  $A_{s2}$ ,即

$$A_{s2} = \frac{f_{cd}(b'_f - b)h'_f}{f_{sd}} \quad (3-51)$$

③取  $\gamma_0 M_d = M_1 + M_2$ ,得  $M_1 = \gamma_0 M_d - M_2$ ,再按单筋矩形截面的计算方法求出平衡中性轴以上腹板部分混凝土压力所需的受拉钢筋截面面积  $A_{s1}$ ,即先由式(3-21)求出受压区高度  $x$ ,再由式(3-22)求得  $A_{s1}$ 。

$$A_{s1} = \frac{M_1}{f_{sd} \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)} \quad (3-52)$$

④求受拉钢筋总截面面积  $A_s$ 。

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = \frac{M_1}{f_{sd} \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)} + \frac{f_{cd}(b'_f - b)h'_f}{f_{sd}} \quad (3-53)$$

⑤计算中性轴的位置。

$$x = \frac{f_{sd}A_s - f_{cd}(b'_f - b)h'_f}{f_{cd}b} \quad (3-54)$$

核算是否满足  $x \leq \xi_b h_0$  的适用条件。

**【例 3-5】** 某钢筋混凝土 T 形梁, 已定截面尺寸如图 3-26 所示, 跨中截面弯矩组合设计值  $M_d = 735 \text{ kN} \cdot \text{m}$ , 结构重要性系数  $\gamma_0 = 1.1$ , 拟采用 C25 混凝土 ( $f_{cd} = 11.5 \text{ MPa}$ )、HRB335 钢筋 ( $f_{sd} = 280 \text{ MPa}$ ), 求受拉钢筋截面面积  $A_s$ 。

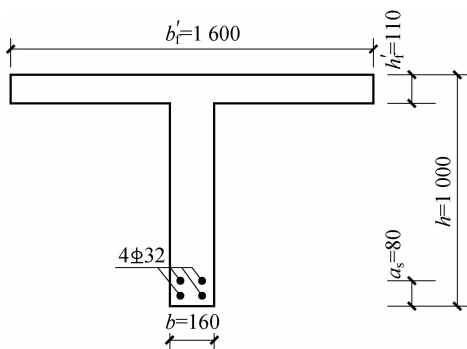


图 3-26 【例 3-5】T 形梁截面(尺寸单位:mm)

**【解】** 首先判别 T 形截面的类型。设此 T 形截面的受拉钢筋为两排, 取  $a_s = 80 \text{ mm}$ ,  $h_0 = h - a_s = 1000 - 80 = 920 \text{ mm}$ 。因

$$\begin{aligned} f_{cd}b'_fh'_f \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right) &= 11.5 \times 1600 \times 110 \times \left( 920 - \frac{110}{2} \right) \\ &= 1750.76 (\text{kN} \cdot \text{m}) > \gamma_0 M_d \\ &= 1.1 \times 735 = 808.5 (\text{kN} \cdot \text{m}) \end{aligned}$$

由式(3-48)可判定此截面属于第一类 T 形截面, 可按矩形截面  $b'_f \times h$  进行计算。

受压区高度  $x$  为

$$\begin{aligned} x = h_0 - \sqrt{h_0^2 - \frac{2\gamma_0 M_d}{f_{cd}b'_f}} &= 920 - \sqrt{920^2 - \frac{2 \times 1.1 \times 735 \times 10^6}{11.5 \times 1600}} \\ &= 49.1 (\text{mm}) < \xi_b h_0 = 0.56 \times 920 = 515.2 (\text{mm}^2) \end{aligned}$$

受拉钢筋截面面积  $A_s$  为

$$A_s = \frac{f_{cd}b'_f x}{f_{sd}} = \frac{11.5 \times 1600 \times 49.1}{280} = 3226.6 (\text{mm}^2)$$

现取用  $4\Phi 32$ , 则实际取用受拉钢筋截面面积  $A_s = 3217 \text{ mm}^2$ 。钢筋布置见图 3-26。

实际取用受拉钢筋重心至下边缘的距离为

$$a_s = 30 + 35.8 + 30 \div 2 = 80.8 (\text{mm})$$

实际配筋所需腹板宽为

$$b = 30 + 35.8 + 30 + 35.8 + 30 = 161.6 \text{ mm}, \text{符合要求。}$$



## 2. 承载力复核

对已设计的 T 形截面梁进行正截面承载力复核时, 首先应用式(3-47)或式(3-49)判别构件截面属于哪类 T 形截面, 然后再按有关公式进行承载力的复核。

(1) 第一类 T 形截面, 其承载力复核内容与单筋矩形截面  $b'_f \times h$  相同。

(2) 第二类 T 形截面, 其承载力复核可按下列步骤进行。

已知弯矩组合设计值, 截面尺寸  $b$ 、 $h$ 、 $b'_f$ 、 $h'_f$ , 混凝土强度等级和钢筋牌号, 结构重要性系数  $\gamma_0$ , 受拉钢筋截面面积  $A_s$  及其布置情况, 验算截面所能承担的弯矩  $M_u$ , 并判断其安全程度。

①由图 3-24(c)求平衡翼缘挑出部分混凝土压力所需受拉钢筋截面面积  $A_{s2}$ 。

$$A_{s2} = \frac{f_{cd}(b'_f - b)h'_f}{f_{sd}}$$

②计算平衡梁腹部分混凝土压力所需受拉钢筋截面面积  $A_{s1} = A_s - A_{s2}$ 。

③由配筋率  $\rho_1 = \frac{A_{s1}}{bh_0}$  计算  $\xi = \rho_1 \frac{f_{sd}}{f_{cd}}$ 。

④计算。

$$M_1 = f_{cd}bx \left( h_0 - \frac{x}{2} \right)$$

$$M_2 = f_{sd}A_{s2} \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$$

⑤计算该截面实际所能承担的弯矩  $M_u$ 。

$$M_u = M_1 + M_2$$

**【例 3-6】** 某整体式 II 形梁格系中一小纵梁的计算跨径  $L=6$  m, 其截面如图 3-27 所示, 结构重要性系数  $\gamma_0=1.1$ , 弯矩组合设计值  $M_d=330$  kN·m, 梁截面尺寸  $b=200$  mm、 $h=500$  mm, 与两侧主梁间距为 2.40 m, 净距为 2.20 m, 翼缘  $h'_f=80$  mm, 拟采用 C20 混凝土 ( $f_{cd}=9.2$  MPa), HRB400 钢筋 ( $f_{sd}=330$  MPa), 纵向受拉钢筋采用  $6\Phi 25$ , 其截面面积  $A_s=2\ 945$  mm<sup>2</sup>, 钢筋截面重心位置  $a_s=71$  mm, 求该小纵梁截面的承载力, 并判断其安全程度。

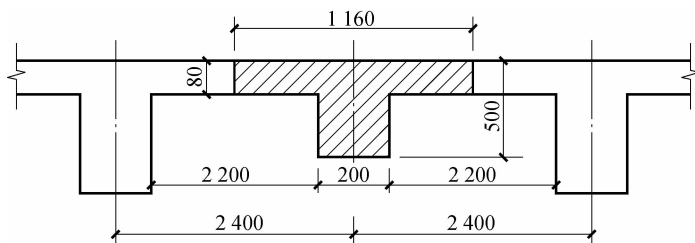


图 3-27 【例 3-6】II 形梁截面 (尺寸单位: mm)

**【解】** (1) 确定此副纵梁翼缘计算宽度  $b'_f$ 。

①计算跨径的  $1/3$ 。  $L/3=6\ 000 \div 3=2\ 000$  mm。

②相邻两片梁轴线间的距离为 2 400 mm。

③  $b+2b_h+12h'_f=200+2 \times 0+12 \times 80=1\ 160$  mm。

取上述三者的最小值, 即计算宽度  $b'_f=1\ 160$  mm。

(2) 判别截面类型。

截面有效高度  $h_0 = h - a_s = 500 - 71 = 429 \text{ mm}$ 。

由  $f_{sd}A_s = 330 \times 2\ 945 = 971.85 \text{ kN}$ ,  $f_{cd}b'_f h'_f = 9.2 \times 1\ 160 \times 80 = 853.76 \text{ kN}$ , 可得  $f_{sd}A_s > f_{cd}b'_f h'_f$ , 该截面属于第二类 T 形截面。

(3) 求平衡翼缘挑出部分混凝土压力所需受拉钢筋截面面积  $A_{s2}$ 。

$$A_{s2} = \frac{f_{cd}(b'_f - b)h'_f}{f_{sd}} = \frac{9.2 \times (1\ 160 - 200) \times 80}{330} = 2\ 141 (\text{mm}^2)$$

则平衡中性轴以上腹板部分混凝土压力所需受拉钢筋截面面积  $A_{s1}$  为

$$A_{s1} = A_s - A_{s2} = 2\ 945 - 2\ 141 = 804 (\text{mm}^2)$$

其对应配筋率为

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{bh_0} = \frac{804}{200 \times 429} = 0.009\ 4$$

对应的受压区高度系数为

$$\xi = \rho_1 \frac{f_{sd}}{f_{cd}} = 0.009\ 4 \times \frac{330}{9.2} = 0.337 < \xi_b = 0.53$$

由  $\xi = x/h_0$ , 得  $x = \xi h_0 = 0.337 \times 429 = 144.57 \text{ mm}$ 。则

$$\begin{aligned} M_1 &= f_{cd}bx \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) = 9.2 \times 200 \times 144.57 \times \left( 429 - \frac{144.57}{2} \right) \\ &= 94.89 (\text{kN} \cdot \text{m}) \end{aligned}$$

$$M_2 = f_{sd}A_{s2} \left( h_0 - \frac{h'_f}{2} \right) = 330 \times 2\ 141 \times \left( 429 - \frac{80}{2} \right) = 274.8 (\text{kN} \cdot \text{m})$$

所以, 此副纵梁截面的承载力为

$$M_u = M_1 + M_2 = 94.89 + 274.8 = 369.69 (\text{kN} \cdot \text{m}) > \gamma_0 M_d = 1.1 \times 330 = 363 (\text{kN} \cdot \text{m})$$

满足承载力要求。

## 思考与练习

### 一、简答题

1. 对受弯构件常用的截面形式和尺寸有何要求?
2. 梁、板中混凝土保护层的作用是什么? 其最小值是多少?
3. 梁、板内各有哪些钢筋? 它们在结构内起什么作用?
4. 对梁、板内受力主筋的直径和净距有何要求?
5. 梁内箍筋的一般构造要求是什么?
6. 什么是配筋率? 什么是适筋梁? 适筋梁从加载到破坏要经历哪几个阶段? 各阶段的特征是什么?
7. 梁在各工作阶段的正截面应力分布、中性轴位置、裂缝发展等的变化规律是什么?
8. 钢筋混凝土梁正截面有几种破坏形式? 各有何特点?
9. 当适筋梁的受拉钢筋屈服后能否再增加荷载? 为什么? 少筋梁能否这样? 为什么?
10. 受弯构件正截面承载力计算有哪些基本假定?
11. 符合适筋梁的基本条件是什么?

12. 什么是截面相对界限受压区高度  $\xi_b$ ? 它在承载力计算中的作用是什么?
13. 采用 C25 混凝土和主筋为 HRB335 钢筋的受弯构件,其最小配筋率是多少?
14. 工程上,钢筋应如何配置才能做到经济合理? 为什么?
15. 画出单筋矩形截面受弯构件正截面承载力的计算图式,它与实际图式有何区别?
16. 在什么情况下可选择双筋矩形截面?
17. 双筋截面中的受压钢筋起什么作用? 选择双筋截面有何利弊?
18. 画出双筋矩形截面正截面承载力的计算图式,并写出其计算公式。
19. 双筋矩形正截面受弯承载力计算必须满足哪些条件? 试说明原因。
20. 在双筋梁正截面受弯承载力计算中,当  $A'_s$  已知时,应如何计算  $A_s$ ? 在计算  $A_s$  时如果发现  $x > \xi_b h_0$ ,则说明什么问题? 应如何处理? 如果  $x < 2a'_s$ ,应如何处置? 为什么?
21. T 形截面是如何形成的? 受弯构件正截面的总面积变化是否会影响其承载力大小? 为什么?
22. 画出两类 T 形截面承载力计算图式,并写出其相应的计算公式。
23. 两类 T 形截面的判别条件是什么?
24. 为什么第一类 T 形截面梁可按  $b_f' \times h$  的矩形截面计算? 第二类 T 形截面梁中混凝土的压应力如何取值?
25. 当构件承受的弯矩和截面高度都相同时,图 3-28 中的 3 种截面的正截面承载力计算有何异同?

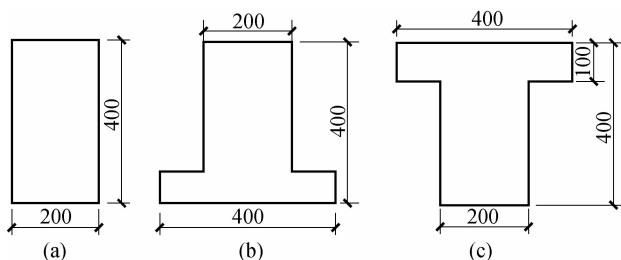


图 3-28 题 25 图(尺寸单位:mm)

## 二、计算题

1. 某单筋矩形截面梁,其截面尺寸  $b=350 \text{ mm}$ ,  $h=900 \text{ mm}$ ,承受的计算弯矩  $M_d=450 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ,拟采用 HRB335 钢筋,C30 混凝土,试问此截面需配置多少钢筋才能满足承载力要求?
2. 有一单筋矩形截面受弯构件,其截面尺寸  $b=250 \text{ mm}$ ,  $h=500 \text{ mm}$ ,承受的计算弯矩  $M_d=180 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ,拟采用 HRB335 钢筋,C25 混凝土,试求受拉钢筋截面面积  $A_s$ 。
3. 某单筋矩形截面梁,其截面尺寸  $b \times h=250 \text{ mm} \times 500 \text{ mm}$ ,混凝土强度等级为 C25,钢筋为  $4\Phi 18$ , $a_s=40 \text{ mm}$ ,试求此梁所能承受的弯矩。
4. 某钢筋混凝土简支板桥,其跨中最不利的弯矩组合值为  $180 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ,拟采用 R235 钢筋,C25 混凝土,试进行此桥的正截面设计。
5. 已知双筋矩形截面梁,其截面尺寸为  $b=180 \text{ mm}$ ,  $h=400 \text{ mm}$ ,承受的计算弯矩为  $M_d=150 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ,混凝土强度等级为 C30,受压钢筋采用 R235、 $2\Phi 16$  钢筋,受拉钢筋采用

## 第 1 篇 钢筋混凝土结构

HRB335, 求受拉钢筋截面面积  $A_s$ 。

6. 有一矩形截面梁, 其截面尺寸  $b=200\text{ mm}$ ,  $h=450\text{ mm}$ , 承受的计算弯矩  $M_d=160\text{ kN}\cdot\text{m}$ , 混凝土强度等级为 C25, 采用 HRB335 钢筋, 试求钢筋截面面积。

7. 已知双筋矩形截面梁的截面尺寸为  $b=200\text{ mm}$ ,  $h=500\text{ mm}$ , 混凝土强度等级为 C25, 采用 HRB335 钢筋,  $A_s=1\ 884\text{ mm}^2$ ,  $a_s=62\text{ mm}$ ,  $A'_s=763\text{ mm}^2$ ,  $a'_s=40\text{ mm}$ , 承受的计算弯矩  $M_d=195\text{ kN}\cdot\text{m}$ , 求此梁所能承受的最大计算弯矩, 并复核截面承载力。

8. 已知一双筋矩形截面梁的截面尺寸  $b=200\text{ mm}$ ,  $h=550\text{ mm}$ , 采用 C25 混凝土, HRB335 钢筋,  $A_s=1\ 900\text{ mm}^2$ ,  $a_s=60\text{ mm}$ ,  $A'_s=1\ 500\text{ mm}^2$ ,  $a'_s=40\text{ mm}$ , 求截面所能承受的最大计算弯矩。

9. 已知 T 形截面梁的翼缘宽  $b'_f=2\ 000\text{ mm}$ , 翼缘高  $h'_f=150\text{ mm}$ , 梁肋宽  $b=200\text{ mm}$ , 梁肋高  $h=600\text{ mm}$ , 采用 C25 混凝土, HRB335 钢筋, 所需承受的最大弯矩  $M_d=28\times 10^4\text{ N}\cdot\text{m}$ , 试计算所需纵向受拉钢筋截面面积  $A_s$ 。

10. 某简支 T 形截面梁, 其翼缘宽  $b'_f=1\ 600\text{ mm}$ , 翼缘高  $h'_f=110\text{ mm}$ , 梁肋宽  $b=180\text{ mm}$ , 梁肋高  $h=1\ 200\text{ mm}$ , 拟采用 C30 混凝土, HRB335 钢筋, 作用在其上的最不利弯矩组合值  $M_d=2\ 850\text{ kN}\cdot\text{m}$ , 问此 T 形梁需配多少钢筋?

11. 已知某 T 形梁的尺寸为  $b'_f=1\ 100\text{ mm}$ ,  $h'_f=100\text{ mm}$ ,  $b=200\text{ mm}$ ,  $h=1\ 000\text{ mm}$ , 采用 C30 混凝土, HRB335 钢筋, 内配置有  $6\Phi 32$  的钢筋, 求此截面的抗弯承载力。

12. 已知 T 形截面梁的尺寸为  $b=200\text{ mm}$ ,  $h=550\text{ mm}$ ,  $b'_f=400\text{ mm}$ ,  $h'_f=80\text{ mm}$ , 采用 C25 混凝土, HRB335 钢筋,  $A_s=2\ 714\text{ mm}^2$ ,  $a_s=60\text{ mm}$ , 求截面所能承受的最大弯矩。

**说明:**习题中未加特殊说明的, 结构的安全等级均取二级。