



定价: 35.00元

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学金典学案(拓展模块1·下)

金典学案编写组 编

开明出版社

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学

金典学案

拓展模块1·下

金典学案编写组 编

- 梳理知识线
- 详解重难点
- 加强随堂练



开明出版社

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学

金典学案

拓展模块1·下

金典学案编写组 编

- 梳理知识线
- 详解重难点
- 加强随堂练



开明出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学金典学案：拓展模块 1. 下 / 金典学案编写组
编. —北京：开明出版社，2024. 6. — ISBN 978-7
-5131-9117-3

I. G634. 603

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2024DD1095 号

责任编辑：张薇薇

SHUXUE JINDIAN XUEAN(TUOZHAN MOKUAI1 • XIA)

数学金典学案(拓展模块 1 • 下)

主 编：金典学案编写组

出 版：开明出版社

(北京市海淀区西三环北路 25 号 邮编 100089)

印 刷：三河市骏杰印刷有限公司

开 本：880 mm×1230 mm 1/16

印 张：11

字 数：247 千字

版 次：2024 年 6 月第 1 版

印 次：2024 年 6 月第 1 次印刷

定 价：35.00 元

印刷、装订质量问题，出版社负责调换。联系电话：(010)88817647

我们为什么要推出“金典学案”系列？

2020年,教育部发布了中等职业学校语文、数学、英语、思想政治、历史等学科的课程标准,这些课程标准是指导中等职业学校(以下简称中职学校)教师教学和学生学习的重要指南。

2020年版课程标准的制定是中职教育改革的重要举措,旨在培养适应社会发展需要的高素质劳动者和技能型人才,因此,该课程标准对中职学校教师的“教”与学生的“学”均提出了诸多新要求。

为了帮助广大中职学校的师生更准确地把握课程标准的精神,我们在深入研究课程标准、学科教材,以及各地职教高考的特点与发展趋势的基础上,精心编写了这套“金典学案”。

“金典学案”系列有什么特色？

“金典学案”的主体内容按照“课前预习—课中探究—课后巩固”的思路进行编写,包含单元测试卷、期中测试卷和期末测试卷。各部分的定位及使用方法建议如下表所示。

内容	定位	使用方法建议
课前预习	对课堂上将要讲解的知识进行重难点提示或提供背景介绍,帮助学生提前进入学习状态	学生自主学习,或在教师指导下学习
课中探究	辅助教师引导学生对课本知识进行应用、探究,帮助学生掌握学习的重难点,领会核心知识,提升核心素养	以教师引导为主,师生充分互动、探究,形式可多样化
课后巩固	针对课堂所讲解的知识点,辅以相应的练习题,帮助学生进行巩固提升,做到学以致用	可作为学生的随堂作业或课后作业
测试卷	参考考试常见题型命制独立试卷,重视对知识点的综合考查,阶段性地检测学生的学习成果	教师可组织学生进行集中测试,然后评分,最后做测试数据分析

衷心希望“金典学案”能为广大中职学校的师生提供有力的帮助,助力广大中职学子驶入成才“快车道”!

金典学案编写组



**第 6 章 三角计算** 1

6.1 和角公式	2
6.1.1 两角和与差的余弦公式	2
6.1.2 两角和与差的正弦公式	5
6.1.3 两角和与差的正切公式	8
6.2 二倍角公式	12
6.3 正弦型函数的图像和性质	16
6.4 解三角形	21
6.4.1 三角形面积公式	21
6.4.2 正弦定理	23
6.4.3 余弦定理	26
6.5 三角计算的应用	30

第 7 章 数列 37

7.1 数列的概念	38
7.2 等差数列	42
7.2.1 等差数列的概念	42
7.2.2 等差数列前 n 项和公式	45
7.3 等比数列	49
7.3.1 等比数列的概念	49
7.3.2 等比数列前 n 项和公式	52
7.4 等差数列与等比数列的应用	55



**第 8 章 排列组合** 61

8.1 计数原理	62
8.1.1 分类计数原理	62
8.1.2 分步计数原理	65
8.1.3 计数原理的应用	67
8.2 排列与组合	71
8.2.1 排列	71
8.2.2 组合	74
8.2.3 排列组合的应用	78
8.3 二项式定理	83
8.3.1 二项式定理	83
8.3.2 二项式系数的性质	86

第 9 章 随机变量及其分布 91

9.1 离散型随机变量及其分布	92
9.1.1 离散型随机变量	92
9.1.2 离散型随机变量的分布列及其数字特征	94
9.1.3 二项分布	98
9.2 正态分布	103

第 10 章 统计 108

10.1 集中趋势与离散程度	109
10.1.1 集中趋势	109
10.1.2 离散程度	112
10.2 一元线性回归	115

第6章

三角计算



6.1

和角公式



6.1.1 两角和与差的余弦公式

学习目标

1. 了解两角和与差的余弦公式的推导过程.
2. 理解两角和与差的余弦公式在求值、化简及证明等方面的应用.

课前 —— 知识 · 梳理

两角和与差的余弦公式:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta.$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta.$$

课中 —— 练习 · 探究

当堂检测

1. $\cos(30^\circ + 45^\circ) =$ ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

2. $\cos(60^\circ + 45^\circ) =$ ()

A. $-\frac{1}{2}$

B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $-\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

D. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

3. $\cos 54^\circ \cos 9^\circ + \sin 54^\circ \sin 9^\circ =$ _____.

4. $\cos 30^\circ \cos 15^\circ - \sin 30^\circ \sin 15^\circ =$ _____.



5. 化简下列各式.

(1) $\cos 80^\circ \cos 20^\circ + \sin 80^\circ \sin 20^\circ$;

(2) $\cos(\alpha - \beta) \cos \beta - \sin(\alpha - \beta) \sin \beta$.

6. 设 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \beta = \frac{4}{5}$, 并且 α 和 β 都是锐角, 求 $\cos(\alpha + \beta)$ 的值.

归纳探究

化简 $\cos(\alpha - \beta) \cos(\beta - \gamma) - \sin(\alpha - \beta) \sin(\beta - \gamma)$.



课后——巩固·提升

一、选择题

1. $\cos 69^\circ \cos 9^\circ + \sin 69^\circ \sin 9^\circ =$ ()

A. 0

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. 1

2. $\cos 16^\circ \cos 14^\circ - \sin 16^\circ \sin 14^\circ =$ ()

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$



3. 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{6})$ 等于 ()

A. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{6}}{6}$

B. $1 - \frac{\sqrt{6}}{6}$

C. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{6}}{6}$

D. $\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}$

4. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos A = \frac{3}{5}$, $\cos B = \frac{5}{13}$, 则 $\cos C =$ ()

A. $\frac{63}{65}$

B. $-\frac{33}{65}$

C. $-\frac{63}{65}$

D. $\frac{33}{65}$

5. 设 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\sin \beta = \frac{\sqrt{10}}{10}$, 则 $\alpha + \beta$ 的大小为 ()

A. -135°

B. 45°

C. 135°

D. 45° 或 135°

二、填空题

6. $\cos 465^\circ =$ _____.

7. 已知 $\sin \alpha = \frac{15}{17}$, α 为第二象限角, 则 $\cos(\frac{\pi}{3} - \alpha) =$ _____.

8. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\cos A \cos B - \sin A \sin B = 0$, 则 $\triangle ABC$ 是 _____ 三角形.

三、解答题

9. 已知 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, $\cos \beta = -\frac{\sqrt{10}}{10}$, $\beta \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$, 求 $\cos(\alpha + \beta)$ 的值.



10. 已知 α 和 β 都是锐角, 且满足 $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos(\alpha + \beta) = \frac{3}{5}$, 求 $\cos \beta$ 的值.

11. 化简: $\sqrt{3}\cos x - \sin x$.

6.1.2 两角和与差的正弦公式

学习目标

1. 了解两角和与差的正弦公式的推导过程.
2. 理解两角和与差的正弦公式在求值、化简及证明等方面的应用.

课前 —— 知识 · 梳理

两角和与差的正弦公式:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta.$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta.$$

课中 —— 练习 · 探究

当堂检测

1. $\sin(30^\circ + 45^\circ) =$ ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$



2. $\sin(60^\circ - 45^\circ) =$ ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

3. $\sin 65^\circ \cos 5^\circ - \cos 65^\circ \sin 5^\circ =$ _____.

4. $\sin 30^\circ \cos 15^\circ + \cos 30^\circ \sin 15^\circ =$ _____.

5. 化简下列各式.

(1) $\sin 12^\circ \cos 18^\circ + \cos 12^\circ \sin 18^\circ$;

(2) $\sin \beta \cos(\alpha - \beta) + \cos \beta \sin(\alpha - \beta)$.

6. 已知 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$, 求 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{3})$ 的值.

归纳探究

逆向使用两角和的正弦公式来进行求解时, 将 $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos 15^\circ - \frac{1}{2} \sin 15^\circ$ 如何转化才能应用公式?



课后——巩固·提升

一、选择题

1. $\sin 45^\circ \cos 15^\circ + \cos 45^\circ \sin 15^\circ =$ ()

A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) =$ ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

3. 已知 α 为锐角, 且 $\sin(\alpha - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{3}$, 则 $\sin \alpha =$ ()

A. $\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{6}$ C. $\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{1-2\sqrt{6}}{6}$

4. 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\beta \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$, 且 $\cos(\alpha - \beta) = \frac{3}{5}$, $\sin \beta = -\frac{\sqrt{2}}{10}$, 则 α 的值为 ()

A. $\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$

5. 若 $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin(x + \theta)$, $\theta \in (-\pi, \pi)$, 则 θ 的值为 ()

A. $-\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $-\frac{2\pi}{3}$

二、填空题

6. 若 $\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{4} = \sin x$, 请写出一个符合要求的 x , $x =$ _____.

7. 化简: $\frac{1}{2} \sin 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x =$ _____.

三、解答题

8. 已知 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, $\cos \beta = -\frac{2}{3}$, $\beta \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$, 求 $\sin(\alpha + \beta)$, $\sin(\alpha - \beta)$ 的值.



9. 已知 $\cos(\alpha+\beta) = \frac{5}{13}$, $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, α, β 均为锐角, 求 $\sin \beta$ 的值.

10. 已知角 α 的顶点与原点重合, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边在直线 $y=3x$ 上, 求 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$.

11. 已知 $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{3}$, $\theta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 求 $\sin \theta$.

6.1.3 两角和与差的正切公式



学习目标

1. 了解两角和与差的正切公式的推导过程.
2. 理解两角和与差的正切公式在求值、化简及证明等方面的应用.



课前 —— 知识 · 梳理

两角和与差的正切公式:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$



课中——练习·探究

当堂检测

1. $\tan(60^\circ + 45^\circ) =$ ()

A. -1

B. $-\sqrt{3}$

C. -2

D. $-2 - \sqrt{3}$

2. $\tan(60^\circ - 45^\circ) =$ ()

A. 1

B. $\sqrt{3}$

C. 2

D. $2 - \sqrt{3}$

3. $\frac{\tan 24^\circ + \tan 36^\circ}{1 - \tan 24^\circ \tan 36^\circ} =$ _____.

4. 不用计算器,求(1) $\tan \frac{11\pi}{12}$; (2) $\tan 285^\circ$ 的值.

5. 化简下列各式.

(1) $\frac{\sqrt{3} - \tan 30^\circ}{1 + \sqrt{3} \tan 30^\circ}$;

(2) $\tan 15^\circ + \tan 30^\circ + \tan 15^\circ \tan 30^\circ$.

归纳探究

想一想,求 $\tan 285^\circ$ 的值还有其他算法吗?



课后——巩固·提升

一、选择题

1. 已知 $\tan \alpha = 3$, 则 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) =$ ()

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

2. $\frac{\tan 75^\circ - \tan 15^\circ}{1 + \tan 75^\circ \tan 15^\circ} =$ ()

- A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $-\sqrt{3}$

3. 若 $\tan \alpha = 3, \tan \beta = \frac{4}{3}$, 则 $\tan(\alpha - \beta) =$ ()

- A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. $\frac{1}{3}$

4. 已知 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\frac{\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - 1}{1 + \tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)}$ 的值是 ()

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. -1 D. -3

二、填空题

5. 已知 $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = -7$, 则 $\tan \alpha =$ _____.

6. $\tan 10^\circ + \tan 50^\circ + \sqrt{3} \tan 10^\circ \tan 50^\circ =$ _____.

三、解答题

7. 已知角 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

(1) 求 $\tan \alpha$ 的值;

(2) 求 $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ 的值.



8. 若 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\tan \alpha = \frac{4}{3}$, $\tan \beta = \frac{1}{7}$, 求 $\alpha - \beta$ 的值.

9. 已知 $\tan(\alpha + \beta) = 7$, $\tan \alpha = \frac{3}{4}$, 且 $\beta \in (0, \pi)$, 求 β 的值.

10. 设 $\tan \alpha, \tan \beta$ 是方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的两根, 求 $\tan(\alpha + \beta)$ 的值.

6.2

二倍角公式



学习目标

理解二倍角的正弦公式、余弦公式和正切公式的推导过程及其在求值、化简与证明等方面的应用.



课前——知识·梳理

1. 二倍角公式

$$(1) \sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha.$$

$$(2) \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha.$$

$$(3) \tan 2\alpha = \frac{2\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}.$$

2. 降次公式

$$(1) \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}.$$

$$(2) \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}.$$

3. 升幂公式

$$(1) 1 - \cos 2\alpha = 2\sin^2 \alpha.$$

$$(2) 1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha.$$



课中——练习·探究

当堂检测

1. $2\sin 22.5^\circ \cos 22.5^\circ =$ _____.

2. $2\cos^2 15^\circ - 1 =$ _____.

3. $\frac{2\tan 15^\circ}{1 - \tan^2 15^\circ} =$ _____.



4. 已知 $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$, 且 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 求 $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \tan 2\alpha$ 的值.

5. 已知 $\cos \frac{\alpha}{2} = -\frac{3}{5}$, 且 $\alpha \in (\pi, 2\pi)$, 求 $\sin \alpha, \cos \frac{\alpha}{4}$ 的值.

6. 已知 $\tan \alpha = 2$, 化简并求值: $\frac{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}$.

归纳探究

想一想, 除了用二倍角公式, 求 $\tan 2\alpha$ 还可以用什么方法?



课后——巩固·提升

一、选择题

1. 计算 $1 - 2\sin^2 22.5^\circ$ 的结果等于

()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$



2. 已知 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()

A. $\frac{1}{4}$

B. $-\frac{1}{4}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $-\frac{3}{4}$

3. 如果 $x = \frac{\pi}{12}$, 那么 $\cos^4 x - \sin^4 x =$ ()

A. 0

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

4. 已知 $\tan \alpha = 2$, 则 $\tan 2\alpha$ 的值为 ()

A. $-\frac{4}{5}$

B. $\frac{4}{5}$

C. $-\frac{4}{3}$

D. $\frac{4}{3}$

5. 角 α 的顶点在坐标原点, 始边与 x 轴非负半轴重合, 终边过点 $P(-1, 2)$, 则 $\sin 2\alpha$ 等于 ()

A. $-\frac{3}{5}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $-\frac{4}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

二、填空题

6. $\sin 15^\circ \cos 15^\circ =$ _____.

7. 已知 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\cos 2\alpha$ 的值是 _____.

三、解答题

8. 已知 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, 且 α 是第二象限角, 求 $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \tan 2\alpha$ 的值.



9. 证明: $\frac{\sin 2\alpha + 2\sin^2\alpha}{\cos\alpha(\sin\alpha + \cos\alpha)} = 2\tan\alpha.$

10. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) = \frac{1}{3}$, 求 $\sin 2\theta$.

11. 已知 $\tan\alpha = -\frac{3}{4}$, 求 $\frac{\sin^2\alpha - \sin 2\alpha}{\cos^2\alpha + \cos 2\alpha}$ 的值.

12. 已知 $\sin\frac{x}{2} - 2\cos\frac{x}{2} = 0$.

(1) 求 $\tan x$ 的值;

(2) 求 $\frac{\cos 2x}{\cos\left(\frac{5\pi}{4} + x\right)\sin(\pi + x)}$ 的值.



6.3 正弦型函数的图像和性质



学习目标

1. 了解正弦型函数与正弦函数之间的关系.
2. 初步掌握在一个周期上画正弦型函数简图的“五点法”.
3. 理解正弦型函数的图像和性质.



课前——知识·梳理

1. 正弦型函数

形如 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ (A, ω, φ 都是常数, $A > 0, \omega > 0$) 的函数称为正弦型函数. 在物理学中, 正弦型函数被用来表示简谐振动、正弦式电流等. 习惯上, A 称为振幅, $\omega x + \varphi$ 称为相位, φ 称为初相, $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 称为周期, $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ 称为频率.

2. 正弦型函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0$) 的性质

(1) 定义域为 \mathbf{R} ;

(2) 最小正周期为 $T = \frac{2\pi}{\omega}$;

(3) 值域为 $[-A, A]$, 即最大值为 A , 最小值为 $-A$.

3. 一般地, 为了作出正弦型函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0$) 的图像, 可令 $z = \omega x + \varphi$, 然后求得一个周期内的正弦型曲线五个关键点的坐标, 依次为 $\left[-\frac{\varphi}{\omega}, 0\right], \left[-\frac{\varphi}{\omega} + \frac{T}{4}, A\right], \left[-\frac{\varphi}{\omega} + \frac{T}{2}, 0\right], \left[-\frac{\varphi}{\omega} + \frac{3T}{4}, -A\right], \left[-\frac{\varphi}{\omega} + T, 0\right]$.

4. 将三角函数式化为正弦型函数式

令 $\sin \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \cos \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, 则

$$a \cos x + b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} \left[\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x \right] = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \varphi).$$

5. 函数的图像变换 ($A > 0, \omega > 0$)

ω ——周期变化: 由 $y = \sin x$ 的图像, 在保持纵坐标不变的情况下, 将各点的横坐标压缩或



伸长为原来的 $\frac{1}{\omega}$ 倍,得到 $y=\sin \omega x$ 的图像,它的周期为 $T=\frac{2\pi}{\omega}$.

φ ——左右平移变化:当 $\varphi>0$ 时,将函数 $y=\sin \omega x$ 的图像向左平移 $\frac{\varphi}{\omega}$ 个单位;当 $\varphi<0$ 时,将函数 $y=\sin \omega x$ 的图像向右平移 $\frac{|\varphi|}{\omega}$ 个单位,得到 $y=\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像.

A ——振幅变化:由 $y=\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像,在保持横坐标不变的情况下,把所有点的纵坐标伸长或缩短到原来的 A 倍,得到 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像.



课中——练习·探究

当堂检测

- 函数 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的最小正周期是 ()

A. $\frac{\pi}{2}$	B. π
C. 2π	D. 5π
- 要得到 $y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ 的图像,只需将函数 $y=\sin 2x$ 的图像 ()

A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位	B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位
C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位	D. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位
- 函数 $y=2\sin\left(5x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的定义域为_____.
- 函数 $y=3\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ 的最大值为_____,最小值为_____.
- 求函数 $y=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的周期,并指出当角 x 取何值时函数取得最大值和最小值.
- 利用“五点法”作出正弦型函数 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 在一个周期内的简图.

归纳探究

如何求函数 $y = \cos x + \sin x$ 的最大值和最小值?

课后 —— 巩固·提升

一、选择题

1. 函数 $y = 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$ 的最小正周期是 ()

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. 2π D. 5π

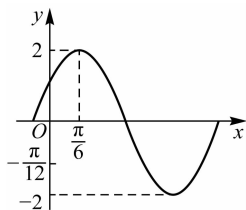
2. 要得到函数 $y = \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图像, 只需将函数 $y = \sin 4x$ 的图像 ()

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位 B. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位
C. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位

3. 已知函数 $f(x) = 2\sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$) 的最小正周期是 $\frac{\pi}{3}$, 则 $\omega =$ ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. 6 C. 3 D. 2

4. 已知函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图像如图所示, 则该函数的解析式是 ()



- A. $y = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ B. $y = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$
C. $y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right)$ D. $y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}\right)$



5. 函数 $y = \frac{1}{2} \sin x \cos x$ 的最小正周期是 ()

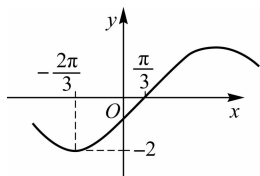
A. 2π

B. π

C. $\frac{\pi}{2}$

D. $\frac{\pi}{4}$

6. 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图像如图所示, 则下列说法正确的是 ()



A. 该函数为偶函数

B. 该函数的最大值为 1

C. 该函数的最小正周期是 4π

D. φ 的值是 $-\frac{\pi}{3}$

二、填空题

7. 函数 $y = 4 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的最小正周期是 _____, 最大值是 _____, 最小值是 _____.

8. 函数 $y = \sin x + 2 \cos x$ 的最大值是 _____.

三、解答题

9. 已知函数 $y = 3\left(\sin 2x \cos \frac{\pi}{6} - \cos 2x \sin \frac{\pi}{6}\right)$.

(1) 求该函数的最小正周期;

(2) 求该函数的单调递减区间;

(3) 用“五点法”作出该函数在长度为一个周期的闭区间上的简图.



10. 已知函数 $y=2\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega>0$) 的最小正周期为 π . 求:

(1) ω 的值;

(2) 函数的最大值及取得最大值时相应的 x 的值.

11. 小明同学用“五点法”作某个正弦型函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ ($A>0, \omega>0, |\varphi|<\frac{\pi}{2}$) 在一个周期内的图像时, 列表如下:

x	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{6}$
$\omega x+\varphi$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$A\sin(\omega x+\varphi)$	0	3	0	-3	0

根据表中数据, 求:

(1) 实数 A, ω, φ 的值;

(2) 该函数在区间 $\left[\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$ 上的最大值和最小值.