天津市“十四五”职业教育规划教材

新标准教材

经济数学

主编 王志敏 张 蓉
主审 李 悦

北京邮电大学出版社
www. buptpress. com

天津市「十四五」职业教育规划教材

经济数学

主编 王志敏 张 蓉

北京邮电大学出版社

经济数学

JINGJI SHUXUE

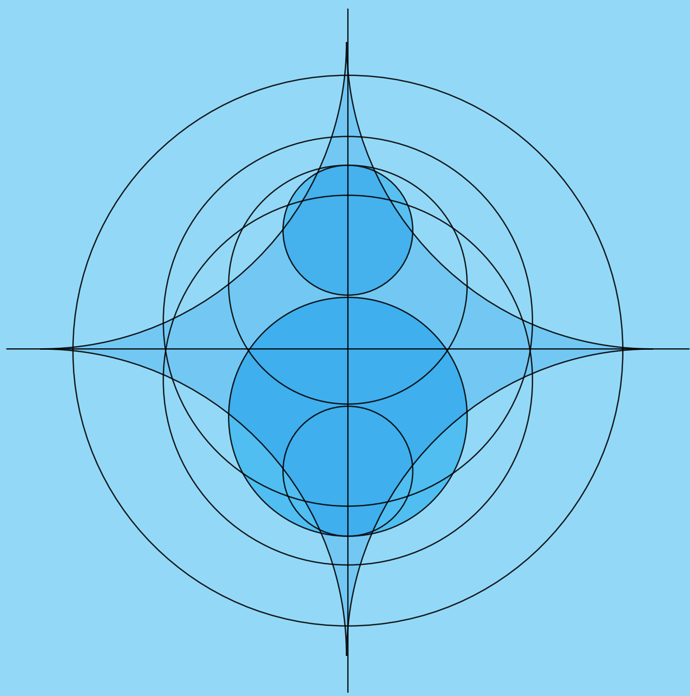
策划编辑：金颖杰
责任编辑：高 宇
封面设计：刘文东

ISBN 978-7-5635-6576-4

定价：39.80元

X-B

天津市“十四五”职业教育规划教材



经济数学

主　编　王志敏　张　蓉
副主编　董春芳　李美霞　秦　琳
主　审　李　悦

北京邮电大学出版社
www. buptpress. com

内 容 简 介

本书共分为三篇，第一篇为一元函数微积分，内容包括函数、函数的极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分；第二篇为线性代数初步，内容包括行列式、矩阵、线性方程组；第三篇为概率论初步，内容包括随机事件及其概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征。本书的编写遵循理论“必需、够用”的基本原则，以培养学生职业技能为导向，同时包含课程思政和信息技术应用的内容。

本书可作为高等职业院校财经商贸大类各专业学生的经济数学课程教材，也可供相关人士参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

经济数学 / 王志敏，张蓉主编．-- 北京：北京邮电大学出版社，2022.2(2025.6 重印)
ISBN 978-7-5635-6576-4

Ⅰ．①经…　Ⅱ．①王…　②张…　Ⅲ．①经济数学—高等职业教育—教材　Ⅳ．①F224.0　②O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2021)第 255550 号

策划编辑：金颖杰　　**责任编辑：**高　宇　　**封面设计：**刘文东

出版发行：北京邮电大学出版社
社　　址：北京市海淀区西土城路 10 号
邮政编码：100876
发 行 部：电话：010-62282185　传真：010-62283578
E-mail：publish@bupt.edu.cn
经　　销：各地新华书店
印　　刷：三河市骏杰印刷有限公司
开　　本：787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张：12
字　　数：248 千字
版　　次：2022 年 2 月第 1 版
印　　次：2025 年 6 月第 4 次印刷

ISBN 978-7-5635-6576-4　　定　价：39.80 元

前言

“经济数学”是高等职业院校财经商贸大类各专业学生的基础课程.“经济数学”可以培养学生的运算能力、抽象思维能力和逻辑推理能力,为其学习专业知识、掌握职业技能和终身发展奠定基础.

本书以党的二十大精神为指导,依据现阶段我国教育教学改革的需要,在充分总结高等职业院校一线教师教学经验的基础上编写而成.全书共分为三篇,第一篇为一元函数微积分,内容包括函数、函数的极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分;第二篇为线性代数初步,内容包括行列式、矩阵、线性方程组;第三篇为概率论初步,内容包括随机事件及其概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征.

本书具有以下特点.

1. 融入育人元素

党的二十大报告指出,“育人的根本在于立德.全面贯彻党的教育方针,落实立德树人根本任务,培养德智体美劳全面发展的社会主义建设者和接班人.”本书在编写过程中融入了育人元素,不仅可以使学生掌握事物发展规律,丰富学识,增长见识,塑造品格,努力成为德智体美劳全面发展的社会主义建设者和接班人,而且可以弘扬爱国精神,增强学生的民族自豪感.

2. 专业结合,应用为主

本书将数学基础知识与经济综合应用有机地融合在一起,体现数学知识专业化、经济问题数学化,使“教、学、用”融为一体.

3. 数学与现代信息技术相结合

本书在每章的最后都设有“数学实验”栏目,通过传统数学知识与 MATLAB 软件的结合,将数学问题程序化、直观化,帮助学生提升应用数学软件解决实际问题的能力.

4. 配套资源丰富

本书配有课件、微课、习题答案等多种教学资源,以支持网络化教学、多媒体教学及线上教学等现代教学方式.

前　言

本书由天津轻工职业技术学院王志敏、天津工程职业技术学院张蓉任主编，天津工业职业学院董春芳、天津城市职业学院李美霞、天津轻工职业技术学院秦琳任副主编，由天津轻工职业技术学院李悦主审.本书在编写过程中参考了一些相关教材及资料，在此向相关作者表示诚挚的谢意!

由于编者水平有限，书中难免存在疏漏和不足之处，敬请广大读者批评指正.

编　者

目录

第一篇　一元函数微积分

第一篇 一元函数微积分

做研究就像登山，很多人沿着一条山路爬上去，到了最高点就满足了，可我常常要试十条路，然后比较哪条山路爬得最高.

——陈景润

微积分作为一门科学，产生于 17 世纪后半期. 其整体框架基本完成于 19 世纪，其标志是由英国科学家牛顿和德国数学家莱布尼茨建立的微积分基本定理. 微积分是人类文明的重要组成部分，也是人类文明进程的高度结晶. 人类近现代史的发展充分证明，微积分的产生对科学技术与生产力的迅速发展产生了巨大的不可估量的推动作用.

作为人类文明的发祥地之一，中国也是数学的故乡之一，中华民族的数学成就对世界数学的形成和发展做出了巨大贡献. 早在战国时代，我国就有了极限思想的萌芽. 在先秦哲学家庄周所著的《庄子 · 天下篇》中就提到了“一尺之棰，日取其半，万世不竭”.

微积分在经济学分析中有着重要的地位. 微积分作为数学知识的基础，是学习经济学的必备知识. 利用微积分的相关知识定量分析解决各领域的问题，已成为经济学整个理论体系的一个重要组成部分，它使经济学走向了定量化，它为解决以“变量”为研究对象的问题提供了一种深刻的思考方式，是运用定量分析探究经济学理论和管理学问题最有效的工具. 随着现代科学技术的发展与现代管理水平的提高，定量分析将有越来越广泛的应用，从而使微积分在经济领域中的作用越来越重要.

第一章　函　　数

【案例导入】

总收益是指生产者出售一定量产品所得到的全部收入，是销量的函数．当产品销量为 q、价格为 p 时，收益函数的一般形式是 $R(q)=p\cdot q$.

如果产销平衡，即产量为 q，销量也为 q，则利润函数的一般形式是 $L(q)=R(q)-C(q)$.

(1)当 $L(q)=R(q)-C(q)>0$ 时，生产者盈利．

(2)当 $L(q)=R(q)-C(q)<0$ 时，生产者亏损．

(3)当 $L(q)=R(q)-C(q)=0$ 时，生产者盈亏平衡．使 $L(q)=0$ 的点 q_0 称为盈亏平衡点(保本点)．

某厂生产录音机的成本为每台 200 元，预计当以每台 P 元的价格卖出录音机时，消费者每月购买 $300-P$ 台，请将该厂的月利润表达为价格 P 的函数．

第一节　函数的概念

一、函数的定义

设 x,y 为两个变量，D 为一个非空实数集，若对于数集 D 中的任意一个数 x，按照某种对应法则 f，y 都有唯一确定的值与之对应，则称 y 是 x 的**函数**，记作

$$y=f(x).$$

其中 x 是**自变量**，y 是**因变量**.

数集 D 称为函数的**定义域**，即 D 是使函数表达式有意义的自变量 x 的取值范围，常用区间表示．函数 y 在点 x_0 处的函数值记作

$$y|_{x=x_0}=f(x_0).$$

对应于自变量 $x\in D$ 的函数值的全体称为函数的**值域**．微积分的学习主要用到求函数的定义域和函数值.

例 1　求下列函数的定义域.

(1)$y=\dfrac{4}{3x^2+2x}$；　　(2)$y=\sqrt{4-x^2}$；

(3)$y=\lg(3x-4)$；　　(4)$y=\log_2(4x-3)-\sqrt{2x-1}$.

解　(1)由 $3x^2+2x\neq0$，解得 $x\neq-\dfrac{2}{3}$ 且 $x\neq0$．故函数的定义域为 $\left(-\infty,-\dfrac{2}{3}\right)\cup\left(-\dfrac{2}{3},0\right)\cup(0,+\infty)$.

(2)由 $4-x^2\geqslant0$，解得 $-2\leqslant x\leqslant2$．故函数的定义域为 $[-2,2]$.

(3)由 $3x-4>0$,解得 $x>\frac{4}{3}$. 故函数的定义域为 $\left(\frac{4}{3},+\infty\right)$.

(4)由 $\begin{cases}4x-3>0\\2x-1\geqslant 0\end{cases}$,解得 $\begin{cases}x>\frac{3}{4}\\x\geqslant\frac{1}{2}\end{cases}$. 故函数的定义域为 $\left(\frac{3}{4},+\infty\right)$.

例 2 已知 $f(x)=\frac{3-x}{1+x^2}$,求 $f(0)$,$f(-4)$,$f\left(\frac{1}{2}\right)$.

解 $f(0)=3$;

$f(-4)=\frac{3-(-4)}{1+(-4)^2}=\frac{7}{17}$;

$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3-\frac{1}{2}}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=2$.

二、分段函数

定义 在定义域的不同范围内用不同的解析式来表示的函数称为**分段函数**.

例如,绝对值函数 $y=|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant 0\\-x, & x<0\end{cases}$;符号函数 $y=\operatorname{sgn} x=\begin{cases}1, & x>0\\0, & x=0\\-1, & x<0\end{cases}$;取整函数 $y=[x]=n(n\leqslant x<n+1,n\in\mathbf{Z})$.

根据取整函数的定义可以看出,记号 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数. 例如,$[6.8]=6$,$[0.4]=0$,$[-7.3]=-8$,$[-9]=-9$ 等.

对于分段函数,我们要能够正确求出其定义域及自变量为 x 时对应的函数值.

例如,分段函数 $f(x)=\begin{cases}x+1, & -2\leqslant x<0\\0, & x=0\\3-x, & 0<x<3\end{cases}$ 的定义域为 $[-2,3)$.

也就是说,分段函数的定义域为各段定义域的并集.

例 3 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+2, & -4\leqslant x<1\\1, & 1\leqslant x<3\\5x-1, & x\geqslant 3\end{cases}$,求函数 $f(x)$ 的定义域及 $f\left(\frac{1}{4}\right)$,$f(1)$,$f(-3)$,$f(4)$.

解 根据题意可知,函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-4,+\infty)$.

$$f\left(\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{1}{4}\right)^2+2=\frac{33}{16};\quad f(1)=1;$$

$$f(-3)=(-3)^2+2=11;\quad f(4)=5\times 4-1=19.$$

三、函数的性质

1. 奇偶性

设区间 I 关于原点对称,若对任意的 $x\in I$,都有 $f(-x)=f(x)$,则称函数 $f(x)$ 是区间

I 上的**偶函数**；若对任意的 $x\in I$，都有 $f(-x)=-f(x)$，则称函数 $f(x)$ 是区间 I 上的**奇函数**；若函数 $f(x)$ 既不是奇函数也不是偶函数，则称函数 $f(x)$ 为**非奇非偶函数**.

2. 周期性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，若存在正数 T，使得对于一切实数 x，都有 $f(x+T)=f(x)$，则称 $y=f(x)$ 为**周期函数**.

例如，2π 为 $y=\sin x$ 的周期，π 为 $y=\tan x$ 的周期.

3. 单调性

设 x_1 和 x_2 为区间 (a,b) 内的任意两个数，若当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内**单调增加**；若当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内**单调减少**.

4. 有界性

设函数 $f(x)$ 在集合 D 上有定义，若存在一个正数 M，使对任意的 $x\in D$，恒有 $|f(x)|\leqslant M$，则称 $f(x)$ 为在 D 上的**有界函数**；若不存在这样的正数 M，则称 $f(x)$ 为在 D 上的**无界函数**.

例如，当 $x\in(-\infty,+\infty)$ 时，恒有 $|\sin x|\leqslant 1$，则 $y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是有界函数. 又如，函数 $y=\tan x$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 内是无界函数.

同步训练 1.1

1. 求下列函数的定义域.

(1) $y=\dfrac{1}{x^2-4x+3}$；　　(2) $y=\sqrt{9-x^2}$；

(3) $y=\lg(5-2x)$；　　(4) $y=\sqrt{x+2}+\dfrac{1}{x^2-3}$.

2. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2x+3, & x\leqslant 0\\ 2^x, & x>0\end{cases}$，求函数的定义域及 $f(-2)$，$f(0)$，$f(3)$.

3. 已知函数 $f(x)=x^3-2x+1$，求 $f(-1)$，$f(0)$，$f(2)$，$f(x+1)$.

第二节　反　函　数

一、反函数的定义

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，值域为 A. 若对于数集 A 中的每个数 y，在 D 中都有唯一的一个数 x 使 $f(x)=y$，则称变量 x 是变量 y 的函数，这个函数称为 $y=f(x)$ 的**反函数**，记作 $x=f^{-1}(y)$，其定义域为 A，值域为 D.

习惯上将 $y=f(x)$ 的反函数用 $y=f^{-1}(x)$ 来表示.

例 1 求函数 $y=4x-1$ 的反函数.

解 根据题意可知，$x=\frac{y+1}{4}$，则所求函数的反函数为 $y=\frac{x+1}{4}$.

在中学时，我们学过指数函数和对数函数互为反函数. 例如，$y=2^x$ 和 $y=\log_2 x$ 互为反函数.

二、反三角函数

定义 1 正弦函数 $y=\sin x$ 在区间$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$上的反函数称为反正弦函数，记作 $y=\arcsin x$，其定义域为$[-1,1]$，值域为$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$.

定义 2 余弦函数 $y=\cos x$ 在区间$[0,\pi]$上的反函数称为反余弦函数，记作 $y=\arccos x$，其定义域为$[-1,1]$，值域为$[0,\pi]$.

定义 3 正切函数 $y=\tan x$ 在区间$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$上的反函数称为反正切函数，记作 $y=\arctan x$，其定义域为$(-\infty,+\infty)$，值域为$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$.

定义 4 余切函数 $y=\cot x$ 在区间$(0,\pi)$上的反函数称为反余切函数，记作 $y=\operatorname{arccot} x$，其定义域为$(-\infty,+\infty)$，值域为$(0,\pi)$.

例 2 求下列反三角函数值.

(1)$\arcsin\frac{1}{2}$； (2)$\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$； (3)$\arctan\sqrt{3}$； (4)$\operatorname{arccot} 1$.

解 (1)因为 $y=\arcsin x$ 和 $y=\sin x$ 互为反函数，且 $\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$，所以 $\arcsin\frac{1}{2}=\frac{\pi}{6}$.

(2)因为 $y=\arccos x$ 和 $y=\cos x$ 互为反函数，且 $\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\pi}{4}$.

(3)因为 $y=\arctan x$ 和 $y=\tan x$ 互为反函数，且 $\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$，所以 $\arctan\sqrt{3}=\frac{\pi}{3}$.

(4)因为 $y=\operatorname{arccot} x$ 和 $y=\cot x$ 互为反函数，且 $\cot\frac{\pi}{4}=1$，所以 $\operatorname{arccot} 1=\frac{\pi}{4}$.

同步训练 1.2

1. 求下列函数的反函数.

(1)$y=2x-3$； (2)$y=x^2-5,x\in(0,+\infty)$.

2. 求下列反三角函数的值.

(1)$\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$； (2)$\arccos\frac{1}{2}$； (3)$\arctan\frac{\sqrt{3}}{3}$； (4)$\operatorname{arccot}\sqrt{3}$；

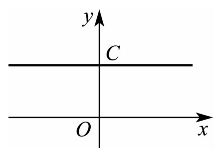
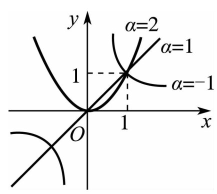
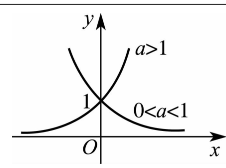
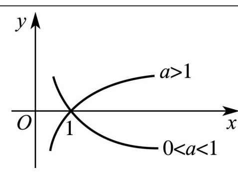
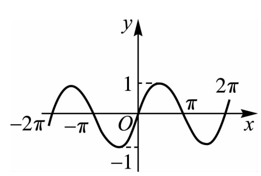
(5)$\arcsin 1$； (6)$\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$； (7)$\arctan 0$； (8)$\operatorname{arccot} 0$.

第三节 复合函数与初等函数

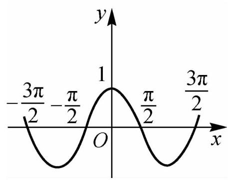
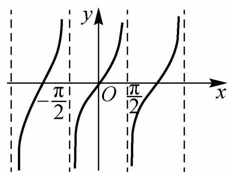
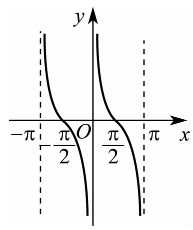
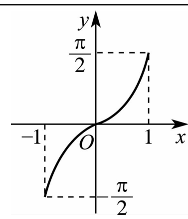
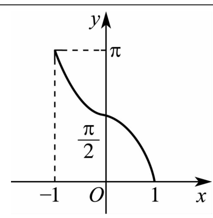
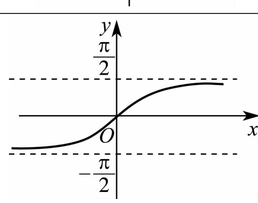
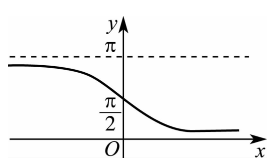
一、基本初等函数

常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数统称为**基本初等函数**. 为后面学习方便，现对这六类基本初等函数的表达式、定义域、值域、图形、性质进行归纳总结（见表 1-1）.

表 1-1

函数表达式	定义域和值域	图 形	性 质
常数函数 $y=C$ （C 为常数）	$x\in(-\infty,+\infty)$		有界、偶函数
幂函数 $y=x^{\alpha}$ （α 为实数）	定义域由 α 的取值决定，但在$(0,+\infty)$内都有定义		在第一象限内，当 $\alpha>0$ 时，单调增加；当 $\alpha<0$ 时，单调减少
指数函数 $y=a^{x}$ （$a>0$ 且 $a\neq1$， a 为常数）	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		图像过点$(0,1)$，在 x 轴上方. 当$0<a<1$ 时，单调减少；当$a>1$ 时，单调增加
对数函数 $y=\log_a x$ （$a>0$ 且 $a\neq1$， a 为常数）	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		图像过点$(1,0)$，在 y 轴右边. 当$0<a<1$ 时，单调减少；当$a>1$ 时，单调增加
三角函数 正弦函数 $y=\sin x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		奇函数，有界，周期为 2π，在$\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right]$内单调增加，在$\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right]$（$k\in\mathbf{Z}$）内单调减少

续表

函数表达式		定义域和值域	图　　形	性　　质
三角函数	余弦函数 $y=\cos x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		偶函数，有界，周期为 2π，在 $[2k\pi-\pi,2k\pi]$ 内单调增加，在 $[2k\pi,2k\pi+\pi]$ $(k\in\mathbf{Z})$ 内单调减少
	正切函数 $y=\tan x$	$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，无界，周期为 π，在 $\left(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加
	余切函数 $y=\cot x$	$x\neq k\pi(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，无界，周期为 π，在 $(k\pi,k\pi+\pi)$ 内单调减少
反三角函数	反正弦函数 $y=\arcsin x$	$x\in[-1,1]$ $y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$		过原点，奇函数，有界，单调增加
	反余弦函数 $y=\arccos x$	$x\in[-1,1]$ $y\in[0,\pi]$		有界，单调减少
	反正切函数 $y=\arctan x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$		过原点，奇函数，有界，单调增加
	反余切函数 $y=\text{arccot}\, x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,\pi)$		有界，单调减少

二、复合函数

定义 若函数 $y=F(u)$ 的定义域为 U_1，函数 $u=\varphi(x)$ 的值域为 U_2，其中 $U_2\subseteq U_1$，则 y 通过 u 成为 x 的函数，这个函数称为由函数 $y=F(u)$ 和函数 $u=\varphi(x)$ 构成的复合函数，记作 $y=F[\varphi(x)]$，其中 u 称为中间变量.

注意：(1)不是任何两个函数都可以复合成一个复合函数. 例如，$y=\sqrt{u}$ 和 $u=-x^2-2$ 就不能复合成一个复合函数.

(2)复合函数可以由两个及两个以上的函数复合而成，中间变量可以用 u,v,w 等表示.

例 1 写出下列函数所构成的复合函数.

(1)$y=\sqrt{u}$，$u=2x^3+5$； (2)$y=\ln u$，$u=4-v^2$，$v=\cos x$.

解 (1)$y=\sqrt{u}$ 和 $u=2x^3+5$ 构成复合函数 $y=\sqrt{2x^3+5}$.

(2)$y=\ln u$，$u=4-v^2$ 与 $v=\cos x$ 构成复合函数 $y=\ln(4-\cos^2 x)$.

例 2 指出下列函数的复合过程.

(1)$y=\sin(x^2+4)$； (2)$y=5^{\cot\frac{1}{x}}$；

(3)$y=\left(\arcsin\dfrac{x}{5}\right)^3$； (4)$y=\log_3\cos\sqrt{x^2+1}$.

解 (1)$y=\sin(x^2+4)$ 可以看成由 $y=\sin u$ 和 $u=x^2+4$ 复合而成.

(2)$y=5^{\cot\frac{1}{x}}$ 可以看成由 $y=5^u$，$u=\cot v$ 和 $v=\dfrac{1}{x}$ 复合而成.

(3)$y=\left(\arcsin\dfrac{x}{5}\right)^3$ 可以看成由 $y=u^3$，$u=\arcsin v$ 和 $v=\dfrac{x}{5}$ 复合而成.

(4)$y=\log_3\cos\sqrt{x^2+1}$ 可以看成由 $y=\log_3 u$，$u=\cos v$，$v=\sqrt{w}$ 和 $w=x^2+1$ 复合而成.

三、初等函数

由基本初等函数及常数经过有限次四则运算和有限次复合而成，并且可用一个数学式子表示的函数叫作初等函数. 例如，$y=\sqrt{\ln 5x-3^x+\sin^2 x}$，$y=\dfrac{\sqrt[3]{2x}+\tan 3x}{x^2\sin x-2^{-x}}$ 等都是初等函数.

同步训练 1.3

1. 写出下列函数所构成的复合函数.

(1)$y=u^3$，$u=2x+1$； (2)$y=\sqrt{u}$，$u=\sin v$，$v=x+\dfrac{\pi}{4}$.

2. 写出下列函数的复合过程.

(1)$y=\sqrt[3]{1+x^2}$； (2)$y=(\arcsin x)^2$；

(3)$y=\cos^2\left(3x+\dfrac{\pi}{4}\right)$； (4)$y=\ln[\sin(5x^2-3)]$；

(5)$y=\ln[\ln(\ln x)]$； (6)$y=e^{\sqrt{\sin 2x}}$；

(7) $y=\sec^4\left(\dfrac{\pi}{3}-2x\right)$；　　(8) $y=\tan^2(e^{2x})$.

第一章复习题

一、填空题

(1)函数 $y=\sqrt{3-2x-x^2}$ 的定义域是________.

(2)已知 $f(\sqrt{x}+1)=x+2\sqrt{x}$,则 $f(x)=$________.

(3)函数 $f(x)=4-2\cos\dfrac{1}{3}x$ 的最小值是________;当 $f(x)$取得最大值时,x 的值为________.

(4)若 $f(x)=\begin{cases}1-x, & x\geqslant 0\\ 2^x, & x<0\end{cases}$,则 $f(3)=$________.

(5)函数 $f(x)=\sqrt{9-x^2}+\ln(x-1)$的定义域为________.

(6)若 $f(x)$是以 2 为周期的周期函数,且在闭区间$[0,2]$上 $f(x)=2x-x^2$,则在闭区间$[2,4]$上,$f(x)=$________.

(7) $f(x)=\begin{cases}x^2-9, & 0\leqslant x<3\\ x^2, & -3\leqslant x<0\end{cases}$ 的反函数是________.

(8)设 $f(x)=\ln x$,$g(x)=\sin x$,则 $f[g(x)]=$________,$g[f(x)]=$________.

二、选择题

1. 函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x^2}, & |x|\leqslant 1\\ \sqrt{x^2-1}, & |x|>1\end{cases}$ 的定义域是(　　).

A. $[-1,1]$　　B. $(-\infty,+\infty)$　　C. $(-1,1)$　　D. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

2. 函数 $y=\lg(x-1)$在区间(　　)内有界.

A. $(1,+\infty)$　　B. $(2,+\infty)$　　C. $(1,2)$　　D. $(2,3)$

3. 下列函数中,为偶函数且在$(-\infty,0)$内单调减少的是(　　).

A. $y=x^2+2x+2$　　B. $y=1-x^2$　　C. $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{|x|}$　　D. $y=\log_2|x|$

4. 下列函数为复合函数的是(　　).

A. $e^x+\sin x$　　B. $\sin\sqrt{x}$　　C. $-2+\cos x$　　D. $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$

三、综合题

1. 设 $f(x)=\begin{cases}2^x, & -1<x<0\\ 2, & 0\leqslant x<1\\ x-1, & 1\leqslant x\leqslant 3\end{cases}$,求 $f\left(-\dfrac{1}{3}\right)$,$f\left(\dfrac{1}{2}\right)$,$f(2)$.

2. 判断下列函数是否表示同一函数.

(1) $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2-1}$,$g(x)=\dfrac{1}{x+1}$;

(2) $f(x)=\sqrt{(1-x)^2}$,$g(x)=1-x$;

(3) $f(x)=x$,$g(x)=\ln e^x$.

3. 求下列函数的定义域.

(1) $f(x)=\sqrt{x+5}-\dfrac{1}{x^2-1}$;　　(2) $f(x)=\ln(x+1)-\sqrt{x^2-4}$;

(3) $f(x)=\dfrac{4}{x^2-3x+2}$;　　(4) $f(x)=\sqrt{3-x}+\sin\sqrt{x}$.

4. 指出下列复合函数的复合结构.

(1) $y=\sin 5x$;　　(2) $y=e^{\sqrt{x^2+1}}$;

(3) $y=\arctan[\lg(x-1)]$;　　(4) $y=2^{\cos(x^2-5)}$.

5. 某厂生产产品 1 000 t,定价为每吨 130 元. 当售出量不超过 700 t 时,按原定价出售,超过 700 t 的部分按原价的九折出售. 试将收入表示成销量的函数.

6. 某种品牌的电视机每台售价为 500 元时,每月销售 2 000 台;每台售价为 450 元时,每月可多售 400 台. 试求该电视机的线性需求函数.

7. 某工厂生产某种产品的总成本函数为 $C(q)=q^3-9q^2+33q+10$,该产品的需求函数为 $q=75-p$(p 为价格). 求:(1)产量为 10 时的平均成本;(2)产量为 10 时的利润.

8. 某公司生产 q 件产品的固定成本为 2 000 元,生产一件产品的变动成本为 28 元,每件产品的售价为 p 元,需求函数为 $q=150-2p$,求利润函数.

◎数学实验

MATLAB 软件入门

MATLAB 是 matrix laboratory(矩阵实验室)的缩写. 它是一个集数值计算、符号分析、图像显示、文字处理于一体的大型集成化科学软件,功能非常强大. MATLAB 优秀的数值计算能力和数据可视化能力使它很快在数学软件中脱颖而出. 经过十几年的市场竞争和发展,MATLAB 已发展成为在自动控制、生物医学工程、信号分析处理、语言处理、图像信号处理、雷达工程、统计分析、计算机技术、金融界和数学界等各行各业中都有着极其广泛应用的数学软件. MATLAB 之所以成为在校大学生、硕士生、博士生热衷的基本数学软件,正是因为其具有易学、适用范围广、功能强、开放性强、网络资源丰富等特点.

MATLAB 不仅可以使不同专业的学生借助计算机进行科学研究和科学计算,而且在数学实验和数学建模教学中也占有重要地位. 在本书中,我们将介绍 MATLAB 在经济数学中的基本应用,结合数学知识逐步介绍如何利用该软件进行极限、导数、积分、矩阵、概率等有关运算,目的是使学生了解 MATLAB 的主要功能,并能用它解决在专业学习或实际工作中遇到的问题. 本书采用的版本是 MATLAB R2019a.

一、MATLAB 的基本操作

1. 启动软件

启动 MATLAB 有多种方法,最常用的方法是双击桌面上 MATLAB 的快捷图标,也可以在“开始”菜单的程序选项中选择 MATLAB 的快捷方式. 初次启动 MATLAB 后,将打开 MATLAB 默认窗口,如图 1-1 所示.

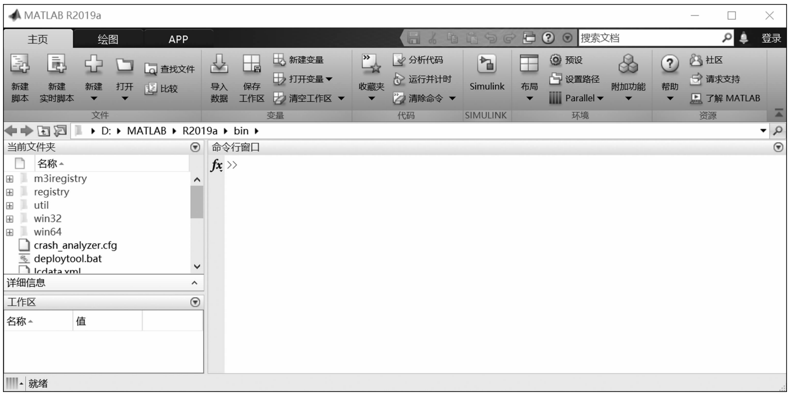


图 1-1

在图 1-1 所示的窗口中，右边的窗口称为命令行窗口，在其左上角有一个提示符 fx>>，在该提示符右侧输入要计算的表达式后按 Enter 键即可得到该表达式的值.

2. MATLAB 中变量的命名规则

变量是任何程序设计语言的基本元素之一，MATLAB 语言也一样. MATLAB 并不要求事先对所有的变量进行声明，也不需要指定变量类型，而是通过所赋予的变量的值或对变量所进行的操作来自动识别变量的类型. 在赋值过程中，如果赋值变量已经存在，那么 MATLAB 将使用新值代替旧值，并以新值类型代替旧值类型. 在 MATLAB 中，变量的命名应遵循如下规则.

(1)变量名必须以字母开头，其后可以是任意的字母、数字或下划线.

(2)变量名区分字母的大小写.

(3)变量名不超过 31 个字符.

MATLAB 中也有一些预定义的变量，它们具有特定的含义. 在使用时，应尽量避免对这些变量重新赋值，如表 1-2 所示.

表 1-2

变 量 名	含　　义
syms	符号变量的说明函数
ans	系统默认的变量名
eps	机器零阈值
pi	圆周率 π
Inf 或 inf	无穷大
NaN	非数(Not a number)
i,j	虚数单位

二、特殊符号、运算符和常用函数

1. 特殊符号

在 MATLAB 的每条命令后，若有逗号或无标点符号，则显示命令的结果；若有分号，则禁止显示结果；“%”后面的所有文字为注释；“...”表示续行.

2. 运算符

运算符及其含义如表 1-3 所示.

表 1-3

运算符	含义	运算符	含义
+	加法	^	幂
-	减法	.*	数组乘
*	乘法	./	数组除
/	除法	.^	数组的幂

3. 常用函数

MATLAB 中的常用函数如表 1-4 所示.

表 1-4

函数	函数名称	功能	函数	函数名称	功能
三角函数	sin	正弦	指数函数	log 10	以 10 为底的对数
	asin	反正弦		log	自然对数
	cos	余弦		sqrt	开平方
	acos	反余弦	复数函数	abs	绝对值或复数的模
	tan	正切		conj	复数的共轭
	atan	反正切		imag	复数的虚部
	cot	余切		real	复数的实部
	acot	反余切	取整函数	round	四舍五入到最近的数
	sec	正割		floor	朝负无穷($-\infty$)方向取整
	asec	反正割		ceil	朝正无穷($+\infty$)方向取整
	csc	余割		fix	朝零方向取整
	acsc	反余割		mod	余数
指数函数	exp	以 e 为底的指数		sign	符号函数

三、利用 MATLAB 进行函数运算

例 1 设 $a=2,b=5,c=9$,求 $a^3+b^2-2c+ab$ 的值.

解

```
>> clear
>> syms a b c
>> a=2;b=5;c=9;
>> a^3+b^2-2*c+a*b
ans =25
```

计算结果为 25.

例 2 求 $\frac{1}{7}+\sqrt{5}$ 的值.

解

```
>> clear
>> 1/7+sqrt(5)
ans =2.3789
```

计算结果为 2.378 9.

例 3　求 $\frac{1}{7}+\sqrt{5}$ 的具有 7 位有效数字的近似值.

解
```
>> clear
>> vpa(1/7+sqrt(5),7)
ans = 2.378925
```
计算结果为 2.378 925.

例 4　求 23^5 的值.

解
```
>> clear
>> 23^5
ans =6436343
```
计算结果为 6 436 343.

四、利用 MATLAB 作图

通过图形加深对函数性质的认识与理解. MATLAB 具有强大的图形绘制能力,用户只需提供绘图数据、指定绘图方式,即可利用 MATLAB 绘制出二维或三维图形. MATLAB 常用的作图命令及其功能如表 1-5 所示.

表 1-5

命　令	功　能
x=linspace(a,b,n)	创建 a 到 b 的线性分割值向量 x,元素的个数为 n 个
x=a:t:b	构造一维等差数组,初值为 a,步长为 t,终值为 b
plot(x,y,'s')	绘制出以向量 x 为横坐标、y 为纵坐标的二维曲线,s 是线形
subplot(m,n,p)	将当前窗口分割成 $m\times n$ 个小区域,指定第 p 个小区域为当前的绘图区域
bar(x,参数)	绘制垂直方向的条形图
barh(x,参数)	绘制水平方向的条形图
hist(y,x)	绘制 y 在以 x 为中心的区间中分布个数的条形图

1. 使用 MATLAB 绘制一般函数图形

例 5　绘制 $y=\sin x$ 在$[0,4\pi]$内的图像.

解
```
>> clear
>>x=0:0.5:4*pi;        % 步长为 0.5
>>y=sin(x);            % y 是 x 的正弦函数
>>plot(x,y)
```
运行结果如图 1-2 所示.

例 6　绘制函数 $y=\sin x, y=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right), y=\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$的图像.

解
```
>> clear all
>> x=0:0.05:2*pi;
>> y1=sin(x);
>> y2=sin(x+pi/6);
>> y3=sin(x-pi/6);
>> plot(x,y1,x,y2,x,y3)
```

运行结果如图 1-3 所示.

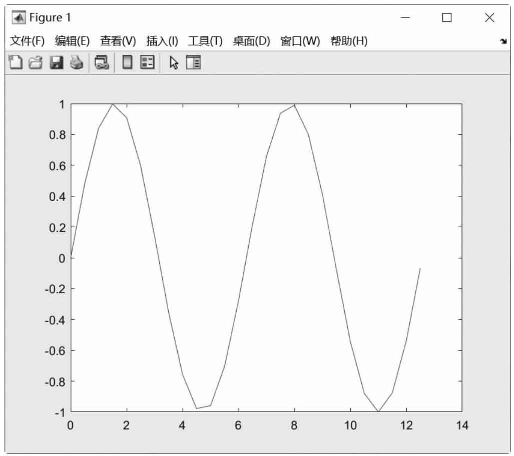


图 1-2

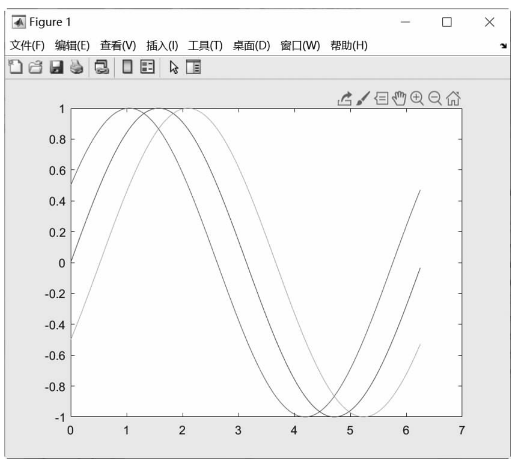


图 1-3

2.利用条件语句作分段函数图形

分段函数的定义用到条件语句,而条件语句根据具体条件分支的方式不同,可有多种不同形式的 if 语句块.这里仅给出较为简单的三种条件语句块.

(1)if<条件表达式>

语句体

end

(2)if<条件表达式>

语句体 1

else

语句体 2

End

(3)if<条件表达式 1>
　　　语句体 1
　elseif<条件表达式 2>
　　　语句体 2
　else
　　　语句体 3
　　end

例 7　绘制分段函数 $f(x)=\begin{cases} x, & x<1 \\ -2x-1, & 1\leqslant x<3 \\ e^x, & x\geqslant 3 \end{cases}$ 的图像.

解

```
>> clear
>> x=-5:0.01:5;
>> if x<1
y=x;
elseif x>=1& x<3
y=-2*x-1;
else
y=exp(x);
end
>> plot(x,y)
```

运行结果如图 1-4 所示.

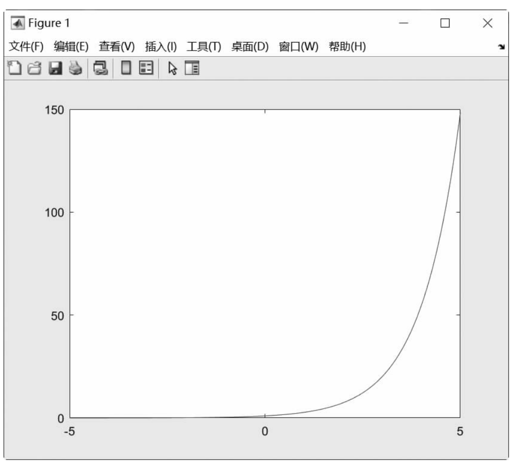


图 1-4

说明:MATLAB 中的平面坐标系并不是标准的平面直角坐标系,很多时候,轴与轴上的零点位置并不重合,而且两坐标轴上的单位长度也不总相同.这就导致使用 MATLAB 所作的一元函数图像与我们在标准的平面直角坐标系中所作的一元函数图像并不一定

吻合.

3. 使用 MATLAB 绘制曲面图

使用 MATLAB 绘制曲面图相对比较复杂,这里只做简单的介绍. 最常用的绘制曲线图的命令有以下五种.

(1)[X,Y]=meshgrid(x,y):基于向量 **x** 和 **y** 中包含的坐标返回二维网格坐标. **X** 是一个矩阵,每一行是 **x** 的一个副本;**Y** 也是一个矩阵,每一列是 **y** 的一个副本. 坐标 **X** 和 **Y** 表示的网格有 length(y)个行和 length(x)个列.

(2)Z=f(x,y):关于自变量 x,y 的二元函数 Z.

(3)mesh(x,y,z):绘制网线图,x,y,z 分别表示数据点的横坐标、纵坐标、函数值.

(4)surf(x,y,z):绘制曲面图,x,y,z 分别表示数据点的横坐标、纵坐标、函数值.

(5)ezsurf(f(x,y),[a,b,u,v]):绘制二元函数图形,即绘制函数在区域$[a,b]\times[u,v]$上的图形.

例 8 绘制函数 $z=\dfrac{4}{1+x^2+y^2}$ 的图形.

解
```
>> clear all
>> syms x y
>> ezsurf(4/(x^2+y^2+1))
```
结果如图 1-5 所示.

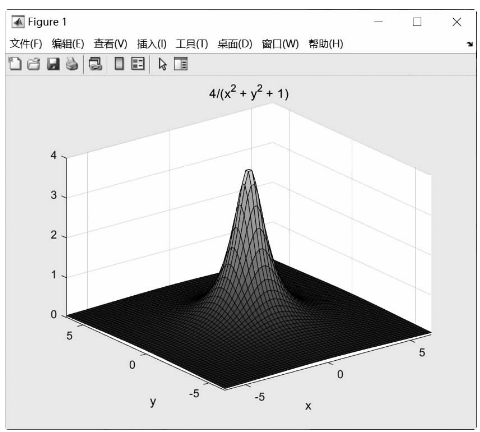


图 1-5